



TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

# **JÄLKIJÄNNITETYN BETONILAATASTON VÄRÄHTELYMITOITUS**

Elsi Pulkkinen

RAKENNUS- JA YHDYSKUNTATEKNIikka

Diplomityö

Huhtikuu 2021

# TIIVISTELMÄ

Jälkijännitetyn betonilaataston värähtelymitoitus

Elsi Pulkkinen

Oulun yliopisto, Rakennus- ja yhdyskuntatekniikan tutkinto-ohjelma

Diplomityö 2021, 89 s.

Työn ohjaaja yliopistolla: Antti Niemi

Tämän diplomityön tavoitteena oli tutkia erilaisia värähtelymitoituksen suunnittelunormeja ja -ohjeita sekä niiden soveltuvuutta jälkijännitetulle betonilaatastoille. Lisäksi haluttiin selvittää laataston värähtelyyn vaikuttavia tekijöitä ja erilaisten herätteiden merkityksellisyyttä rakennusten värähtelymitoituksessa. Lattioiden värähtely luokitellaan käyttörajatilaongelmaksi, ja niiden raja-arvot määrittävät ihmisten mukavuuskriteerien mukaisesti. Värähtelymitoituksen suorittaminen on kuitenkin normeissa ja ohjeissa puutteellisesti esitetty. Lisäksi eri lähteistä löytyvät mitoitusohjeet poikkeavat toisistaan.

Työn teoriaosuudessa käydään läpi keskeisimmät värähtelyn teoriaan liittyvät asiat. Lisäksi kerrotaan jälkijännitettyjen laatastojen rakenteelliset periaatteet ja tyypillisimmät käyttökohteet. Tähän työhön on valittu kirjallisuudesta muutama menetelmä värähtelymitoituksen suorittamiseksi, ja tuloksia on verrattu FEM-ohjelmistolla laskettuihin tuloksiin. Yhteistä kaikille ohjeille on, että ne jakavat lattiat alimman ominaistaajuuden perusteella matala- ja korkeataajuuksisiin. Tässä työssä keskitytään matalataajuuksisten lattioiden värähtelykäyttäytymisen tutkimiseen, sillä pitkäjänteiset massiiviset laattakentät ovat aina matalataajuuksisia.

Työn tutkimusosuudessa tutkittiin kolmiaukkoisen jälkijännitetyn laataston värähtelyominaisuuksia eri laskentamenetelmillä. Lattian värähtelyvasteen laskennassa käytettiin kävely- juoksu ja aerobicherätteitä. Lisäksi kiihtyvyydvasteen laskentaan käytettiin Robot Autodesk-laskentaohjelmistoa, johon on sisäänrakennettuna työssä käytettyjen AISC:n ja The Concrete Centren kiihtyvyydvasteen laskentamenetelmät.

Työn lopussa suoritettiin herkkyysanalyysi, jolla selvitettiin muutamien värähtelymitoituksessa käytettyjen epävarmojen parametrien vaikutusta laskentatuloksiin.

Laskentatulosten perusteella tutkimuskohteena ollut laatasto sopi hyvin kävely- ja juoksuherätteille. Sen sijaan aerobischeräte aiheutti lattialle moninkertaisesti raja-arvot ylittäviä kiihtyvyyksiä, eikä lattian siis voida katsoa sopivan liikuntatilaksi.

Työssä todettiin käsinlaskumenetelmien soveltuvan yksinkertaisille suorakaiteen muotoisille lattioille. Kuitenkin FEM-ohjelmien käytön helppouden ansiosta voidaan todeta, että värähtelyjen ominaisarvojen laskenta on helpompaa ja nopeampaa suorittaa laskentaohjelmistolla kuin käsin. Lisäksi laskentaohjelmistoilla saadaan laskettua monimutkaisempia rakenteita ja ohjelmistoissa voidaan ottaa huomioon muiden rakenneosien, kuten seinien, portaiden, aukkojen ja pilareiden vaikutukset värähtelyyn.

Lattioiden värähtelymitoituksen ohjeistukseen kaivattaisiin yhtenäistä linjaa. Etenkin liikuntatilojen ohjeistus on hyvin puutteellinen, vaikka juuri kyseisissä tiloissa syntyy helposti raja-arvoja ylittäviä värähtelyjä.

*Asiasanat: värähtely, jälkijännitys, betonilaatasto, vasteanalyysi, ominaistaajuus*

# ABSTRACT

Design for vibration of post-tensioned concrete slabs

Elsi Pulkkinen

University of Oulu, Degree Programme of Civil Engineering

Master's thesis 2021, 89 pp.

Supervisor at the university: Antti Niemi

The aim of this thesis was to study various vibration design standards and guidelines and their suitability for post-tensioned concrete slabs. In addition, the aim was to figure out the factors influencing the vibration of the slab and the significance of different excitations in the vibration of the buildings. The vibration of the floors is classified as a serviceability limit state problem, and their limit values are determined according to human comfort criteria. However, performing vibration measurement is incomplete in the standards and guidelines. In addition, the design instructions found in different sources differ.

The theoretical part of the thesis is about the most important issues related to the theory of vibration. In addition, the structural principles and the most typical applications of post-tensioned slabs are described. For this thesis, a few methods for performing vibration measurement have been selected from the literature, and the results have been compared with the results from FEM analysis. All of these guidelines divide the floors into low- and high frequency floors based on the lowest natural frequency. This thesis focuses on the oscillation behavior of low-frequency floors, as long span massive slabs are always low-frequency.

In the research part of the work, the vibration properties of a three span continuous post-tensioned slab were studied by different calculation methods. Walking-, running- and aerobic excitations were used to calculate the floor vibration response. Robot Autodesk calculation software includes the acceleration response calculation methods of AISC and The Concrete Centre used in this thesis, so it was used to compare the results. At the end

of this thesis, a sensitivity analysis was performed to investigate the effect of some uncertain parameters used in the vibration measurement on the calculation results.

Based on the calculation results, the slab that was the subject of the study was well suited for walking and running excitation. Instead, the aerobic excitation caused accelerations to the floor that exceeded the limit values many times over, and therefore the floor cannot be considered a suitable exercise space.

In this thesis, it was found that calculations made by hand are suitable for simple rectangular floors. However, due to the ease of use of FEM programs, it can be stated that calculation of the eigenvalues of the vibrations is easier and faster to perform with the calculation software than manually. In addition, calculation software can be used to calculate more complex structures, and the software can consider the effects of other structural components, such as walls, stairs, openings, and columns on vibration.

A uniform line would be needed for the guidelines for vibration design of floors. In particular, the guidelines for sports facilities are very deficient, although it is in these facilities that vibrations that easily exceed the limit values are easily generated.

*Keywords: vibration, post-tensioning, concrete slab, response analysis, natural frequency*

# ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty opinnäytetyöksi Oulun yliopiston teknillisen tiedekunnan rakennus- ja yhdyskuntatekniikan tutkinto-ohjelmaan. Aihe työlle tuli Sweco Rakennetekniikalta.

Ohjaajina työssäni toimivat yliopistolta TkT Antti Niemi, sekä Swecolta DI Tuomas Jaakkola, DI Wäinö Raiskila sekä DI Aleksi Lehtonen. Kiitän kaikkia ohjaajia saamistani neuvoista ja ohjauksesta diplomityöni aikana.

Lisäksi haluan kiittää vanhempiani loputtomasta tuesta, avusta ja kannustuksesta niin opinnoissani kuin niiden ulkopuolellakin. Kiitokset myös opiskelukavereilleni yhteisistä opiskeluhetkistä ja motivaation ylläpitämisestä, sekä toisinaan myös terveen kilpailuhengen luomisesta opintojen aikana.

Oulu, 14.04.2021

Elsi Pulkkinen

# SISÄLLYSLUETTELO

TIIVISTELMÄ .....	1
ABSTRACT.....	3
ALKUSANAT .....	5
SISÄLLYSLUETTELO.....	6
MERKINNÄT JA LYHENTEET .....	8
1 Johdanto .....	11
1.1 Tutkimuksen tausta .....	11
1.2 Tutkimuksen tavoite ja rajaukset .....	11
1.3 Tutkimusmenetelmät.....	13
2 Värähtelyn perusteet.....	14
2.1 Värähtelyn teoria.....	14
2.1.1 Yhden vapausasteen värähtely.....	16
2.1.2 Useamman vapausasteen värähtely .....	18
2.1.3 Vaimentamaton ominaisvärähtely .....	19
2.2 Heräte ja vaste .....	20
2.3 Vaimennus.....	23
2.4 Resonanssi.....	26
3 Jälkijännitetyt rakenteet ja niiden käyttö.....	28
3.1 Jälkijännitys yleisesti .....	28
3.2 Jälkijännitetyt rakenteet verrattuna jännittämättömiin.....	29
3.3 Tyypillisiä jälkijännitettyjä rakennuksia .....	30
3.3.1 Pysäköintilaitokset ja torikannet.....	30
3.3.2 Kauppakeskukset ja liikuntatilat.....	31
4 Laatastojen värähtely .....	33
4.1 Ihmisen kokema värähtely .....	33
4.2 Ominaismuodot ja ominaistaajuudet.....	35
4.3 Matala- ja korkeataajuuksiset laatat .....	37
4.4 Suunnitteluohjeet ja standardit.....	38
4.4.1 Eurokoodi .....	39
4.4.2 VTT.....	40
4.4.3 AISC .....	41
4.4.4 The Concrete Centre .....	41

5 Jälkijännitettyjen laatastojen värähtelymitoitus .....	42
5.1 Laataston jäykkyys .....	42
5.1.1 Dynaaminen kimmokerroin .....	44
5.1.2 Halkeilu.....	44
5.2 Herätteet .....	45
5.2.1 Askelheräte .....	46
5.2.2 Juoksuheräte .....	52
5.2.3 Rytminen liikunta .....	53
5.3 Ominaistaajuuksien laskenta .....	56
5.3.1 VTT/AISC .....	57
5.3.2 The Concrete Centre .....	58
5.3.3 Blevins .....	59
5.3.4 Moodianalyysi/FEM laskenta .....	60
5.3.5 Laataston ominaistaajuudet – Esimerkkikohde .....	63
5.4 Dynaamisen vasteen laskenta.....	64
5.4.1 AISC .....	65
5.4.2 VTT.....	67
5.4.3 The Concrete Centre .....	69
5.4.4 Dynaamisen vasteen laskenta FEM-ohjelmistolla.....	72
5.4.5 Yhteenveto työssä käytettävistä laskentamenetelmistä .....	73
6 Tutkimus .....	74
6.1 Tutkittava kohde.....	74
6.2 Ominaistaajuudet.....	75
6.3 Vasteanalyysi .....	76
6.3.1 Kävelyheräte .....	76
6.3.2 Juoksuheräte .....	79
6.3.3 Aerobicheräte.....	80
6.4 Herkkyysanalyysi .....	81
6.4.1 Betonin dynaaminen kimmokerroin .....	81
6.4.2 Vaimennus .....	82
7 Johtopäätökset.....	84
8 Yhteenveto .....	86
LÄHDELUETTELO .....	88



## MERKINNÄT JA LYHENTEET

$a$	kiihtyvyys
$a_1$	palkkikaistojen välinen etäisyys
$a_0$	kiihtyvyyden raja-arvo
$\alpha$	dynaaminen kuormakerroin
$b$	lattian leveys
$\beta$	vaimennuskerroin
$C_1, C_2$	integroimisvakioita
$c$	viskoosivaimennus
$c_k$	kriittinen vaimennus
$D_y$	laataston pääsuunnan jäykkyys
$E_c$	betonin kimmokerroin
$E_{dyn}$	dynaaminen kimmokerroin
$e$	Neperin luku
$F(t)$	voima
$F_d(t)$	vaimennus
$F_s(t)$	jousivoima
$f_m$	kyseisen moodin ominaistaajuus
$f_n$	rakenteen ominaistaajuus
$f_{step}$	kävelyherätteen taajuus
$f_w$	herätteen taajuus
$H$	laataston kokonaiskorkeus
$h$	laatan paksuus
$I$	jäyhyysmomentti
$k$	jousivakio
$L$	pituus
$l$	lattian pituus
$m$	massa
$\hat{m}$	moodimassa
$Q$	herätteen paino
$R$	pienennyskerroin

$t$	aika
$u(t)$	siirtymä
$\dot{u}(t)$	nopeus
$\ddot{u}(t)$	kiihtyvyys
$\nu$	Poissonin luku
$W$	värähtelevän rakenteen efektiivinen paino
$w_p$	rytmisen toimintaan osallistuvien tehollinen massa
$w_t$	lattian tehollinen kokonaismassa jaettuna koko lattian alueelle
$w$	lattian paino pituusyksikköä kohden
$\omega$	systeemin ominaiskulmataajuus
$\zeta$	suhteellinen vaimennuskerroin
$\delta$	taipuma
$\phi$	kulma, vaihekulma
$\Omega$	herätteen kulmataajuus
$\mu_{e,m}, \mu_{r,m}$	moodin muotokertoimet
AISC	American Institute of Steel Construction
FEM	finite element method, elementtimenetelmä
MDOF	useamman vapausasteen systeemi, multi degree of freedom
SDOF	yhden vapausasteen systeemi, single degree of freedom
VTT	Valtion teknillinen tutkimuskeskus

# 1 JOHDANTO

## 1.1 Tutkimuksen tausta

Viime vuosina on esiintynyt kasvavaa kysyntää rakennuksille, jotka ovat nopeita rakenteen, joilla on suuri yhtenäinen lattia pinta-ala, ja joiden loppukäyttömahdollisuudet ovat joustavia. Jälkijännitetyjen betonirakenteiden käyttö on myös nostanut suosiotaan. Jännittämisellä saadaan aikaan ohuempia ja kevyempiä rakenteita sekä pidempiä jännevälejä. Näin ollen myös rakenteiden ominaistajuudet laskevat ja niiden vaimennus vähenee. Kyseiset rakenteet ovat siis herkempiä haitalliselle värähtelylle, ja sen vuoksi kyseisten rakenteiden dynaamisen käyttäytymisen tutkiminen onkin tullut entistä tärkeämmäksi.

Rakenteiden värähtely voi pahimmassa tapauksessa johtaa jopa rakenteen vaurioitumiseen. Tällainen on kuitenkin harvinaista asuinrakennuksissa, joissa värähtelyä aiheuttavat kuormitukset ovat lyhytkestoisia. Toimisto- ja liikerakennuksissa värähtelyn aiheuttaja on usein jokin ihmisestä tai ihmisryhmästä lähtöisin oleva toiminta, useimmiten kävely, juoksu tai rytmisen liikunta, kuten tanssi. Pysäköintirakennuksissa värähtelyä aiheuttavat autot ja muut kulkuvälineet. Kyseiset herätteet aiheuttavat värähtelyä, jonka ihminen saattaa kokea epämiellyttäväksi, mutta joka ei kuitenkaan vaurioita rakenteita. Asuin- ja pysäköintirakennuksissa värähtelyn mitoittava tekijä on siis käyttörajatila.

Jälkijännitettyjä betonirakenteita käytetään muun muassa tiloissa, jotka halutaan avariksi ja muuntojoustaviksi. Ne pyritään toteuttamaan mahdollisimman vähän tilaa vievillä pystyrakenteilla, jolloin jännevälit kasvavat pitkiksi. Jännitetyillä rakenteilla saadaan aikaan pitkät jännevälit suhteellisen pienillä rakennekorkeuksilla.

## 1.2 Tutkimuksen tavoite ja rajaukset

Rakenteiden värähtely on monimutkainen ilmiö. Värähtelyä ei usein tutkita rakennuksia suunniteltaessa, ja tämän vuoksi värähtely saatetaan huomata vasta rakennuksen ollessa jo käytössä, jolloin värähtelyongelman korjaaminen on jo vaikeaa.

Suunnitteluohjeissa värähtelymitoituksen suorittamiseen on olemassa erilaisia toimintatapoja, mutta yhtenäistä ja selkeätä ohjeistusta värähtelymitoituksen tekemiseen ei löydy. Jotkut suunnittelunormit, kuten esimerkiksi Eurokoodi, mainitsevat että värähtelymitoitus tulee suorittaa lattioille, mutta eivät ohjeista sitä millään tavalla. Sillansuunnittelussa värähtelymitoituksen tekeminen on tavallisempaa, ja silloille löytyykin tarkempia ohjeita. Siltarakenteiden värähtely poikkeaa kuitenkin paljon lattioden värähtelystä, eikä niiden värähtelymitoitusta sen vuoksi voida suoraan soveltaa lattiarakenteille.

Tärkein parametri rakenteiden värähtelyä tutkittaessa on rakenteen ominaistaajuus. Ominaistaajuuksien määrittämistä varten on esitetty eri lähteissä erilaisia laskentakaavoja. Nämä ovat kuitenkin aina likiarvokaavoja, ja luotettavin tapa ominaistaajuuksien määrittelylle onkin käyttää FEM-laskentaohjelmistoja, joilla ominaistaajuudet saadaan laskettua suhteellisen nopeasti ja varmasti.

Laskentaohjelmistojen käyttö ei kuitenkaan ole ongelmaton. Värähtelevä rakenne joudutaan usein yksinkertaistamaan, sillä ohjelmistojen laskentakapasiteetti tulee monimutkaisia rakenteita tutkittaessa helposti vastaan, ja myös laskenta-aika kasvaa turhan suureksi. Rakenteita yksinkertaistettaessa saatetaan helposti tehdä virheellisiä oletuksia, jotka vääristävät tuloksia. Tämän takia on hyvä, että käytössä on myös jokin käsinlaskentamenetelmä, jonka avulla voidaan varmistaa laskentaohjelmistojen antamien tulosten oikeellisuus.

Tutkimuksen tavoitteena on selvittää nimenomaan jälkijännitettyjen laatastojen käyttäytymistä värähtelyn näkökulmasta. Tutkimuksessa selvitetään jännevälin pituuden ja kantavan rakenteen hoikkuuden merkitystä ominaistaajuuteen ja värähtelyominaisuuksiin. Lisäksi tutkitaan esimerkkilaataston soveltuvuutta kävely-, juoksu- ja aerobicheräätteille alttiiksi rakenteeksi.

Tutkimuksessa on keskitytty matalataajuuksisten laatastojen tutkimiseen, koska niiden alimmat ominaistaajuudet asettuvat ihmisen kävelyn ja liikkumisen taajuusalueille. Tutkimuksessa käsiteltävät herätteet ovat yksittäisen ihmisen tai ihmisjoukon aiheuttamia.

### 1.3 Tutkimusmenetelmät

Värähtelyongelman tutkimisessa keskitytään ensin kirjallisuuskatsaukseen, jossa selvitetään värähtelyn teoriaa ensin yleisesti, ja myöhemmin erityisesti laatastojen osalta. Lisäksi selvitetään, millaisia vaikutuksia jälkijännittämällä on värähtelyn kannalta. Kirjallisuustutkimuksessa käydään läpi myös erilaisia suunnitteluohjeita, ja niiden eroja ja yhtäläisyyksiä.

Toisessa osiossa tutkitaan laattarakenteiden värähtelykäyttäytymistä esimerkkilaataston kautta. Tutkitaan eri suunnitteluohjeissa esiteltyjen ominaisarvojen laskentamenetelmiä ja vertaillaan niistä saatuja tuloksia laskentaohjelmistolla laskettuihin arvoihin.

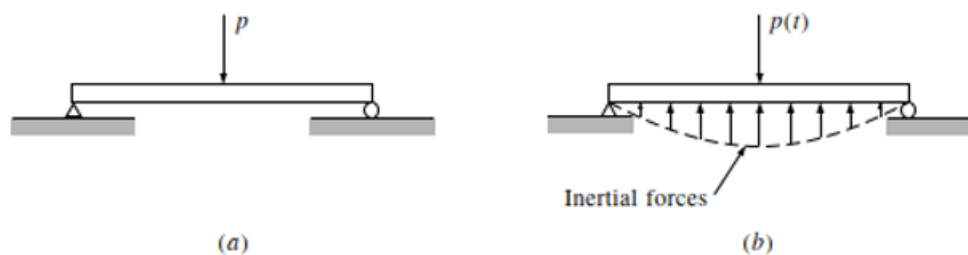
Lopussa tehdään vertailua eri mitoitusmenetelmien ja niistä saatujen tutkimustulosten välillä. Työn lopussa suoritettiin myös herkkyysanalyysi muutamien värähtelymitoituksen kannalta oleellisten parametrien osalta.

## 2 VÄRÄHTELYN PERUSTEET

### 2.1 Värähtelyn teoria

Dynaamisilla ja staattisilla ongelmilla on kaksi merkittävää eroa. Ensinnäkin dynaamiset ongelmat ovat aika-riippuvaisia. Sekä kuormitus että systeemin vaste vaihtelevat ajan mukaan, ja tämän vuoksi dynaamisella ongelmalla ei ole vain yhtä ratkaisua, kuten staattisilla ongelmilla on. (Clough ja Penzien 1995, s. 1)

Toinen merkittävä ero on rakenteisiin kohdistuvissa sisäisissä voimissa. Mikäli yksinkertaista palkkia kuormitetaan staattisella voimalla  $p$ , sen sisäiset momentit ja leikkausvoimat, sekä muodonmuutokset voidaan laskea vakiintuneilla voimatasapainon periaatteilla. Mikäli kuorma  $p(t)$  on dynaaminen, palkin muodonmuutokset riippuvat kyseisen kuorman lisäksi myös palkin sisäisistä inertiaivoimista, jotka vastustavat niitä aiheuttavia kiihtyvyyksiä. Näin ollen palkin sisäisten voimien on tasapainotettava paitsi ulkoinen voima  $p(t)$ , myös palkin kiihtyvyyksistä johtuvat inertiaivoimat (kuva 1). (Clough ja Penzien 1995, s. 1-4)



Kuva 1. a) Staattinen kuormitus b) dynaaminen kuormitus

Kiihtyvyyksiä vastustavat inertiaivoimat ovat tärkein erottava ominaisuus rakenteen dynaamisia ongelmia ratkottaessa. Mikäli inertiaivoimien osuus rakenteen kokonaiskuormituksesta on merkittävä, täytyy rakenne laskea dynaamisena. Mikäli taas liikkeet ovat niin hitaita, että inertiaivoimat ovat merkityksettömän pieniä, voidaan

vasteen analyysi millä tahansa ajanhetkellä ratkaista staattisesti, vaikka kuorma ja vaste vaihtelevat ajan mukaan. (Clough ja Penzien 1995, s. 4)

Värähtelyongelmien ratkaisu on siis huomattavasti monimutkaisempaa kuin staattisten ongelmien. Tämän vuoksi värähtelykäyttäytymisen tutkimisessa on hyvä käyttää mahdollisimman yksinkertaista laskentamallia, kuitenkin niin että saavutetaan riittävä tarkkuustaso. (Pennala 1999, s. 125)

Värähtely on systeemissä tapahtuvaa liikettä, joka toistuu jonkin ajan kuluessa. Värähtely voidaan jakaa ominaisvärähtelyihin ja pakkovärähtelyihin. (Salmi ja Virtanen 2006, s. 373)

Ominaisvärähtelyä syntyy, kun kappale on ensin poikkeutettu tasapainoasemastaan ja päästetty tämän jälkeen liikkumaan vapaasti. Tällöin kappale pyrkii palautumaan tasapainoasemaansa, mikä aiheuttaa ominaisvärähtelyä. (Salmi ja Virtanen 2006, s. 373)

Pakkovärähtelyä taas syntyy, kun kappaleen värähtelemisen aiheuttaa jokin ulkopuolinen voima. Pakkovärähtelyn aiheuttamaa pakkovoimaa kutsutaan herätteeksi. Heräte voi olla joko jaksotonta tai jaksollista. Jaksolliset herätteet jaetaan harmonisiin ja epäharmonisiin herätteisiin. (Salmi ja Virtanen 2006, s. 385)

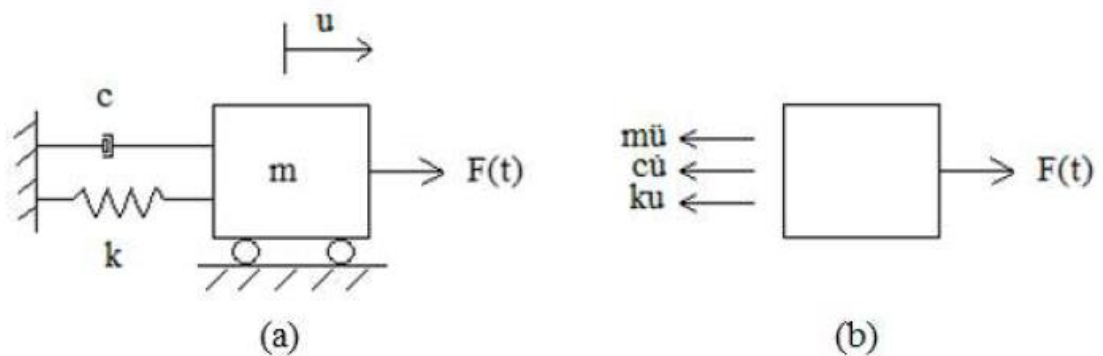
Värähtelyä voi olla vaimenematonta tai vaimenevaa. Vaimenemattomassa värähtelyssä systeemillä ei ole lainkaan kitkaa, vaan sen värähtely jatkuu loputtomasti. Todellisilla systeemeillä on aina kitkaa, joten todelliset systeemit ovat aina vaimenevia. Värähtelyä vaimentava kitka voi olla esimerkiksi viskoosia kitkaa, jolloin systeemiä ympäröivä aine vastustaa liikettä (esimerkiksi ilmanvastus) ja näin liike vaimenee. (Salmi ja Virtanen 2006, s. 393)

Kaikkien ulkoisen dynaamisen kuormituksen alaisten lineaarisesti elastisten mekaanisten systeemien tai rakennelmien keskeiset fysikaaliset ominaisuudet ovat sen massa, elastiset ominaisuudet (joustavuus, jäykkyys) sekä energian menetysmekanismi tai vaimennus. (Clough ja Penzien 1995, s. 15)

### 2.1.1 Yhden vapausasteen värähtely

Vapausasteilla tarkoitetaan mahdollisia suuntia joihin kappale voi liikkua. Jäykkä kappale voi esimerkiksi saada sekä siirtymiä että kiertymiä kolmeen eri suuntaan. Tällöin kappaleella on kuusi vapausastetta. Yhden vapausasteen värähtelijällä tarkoitetaan yksinkertaistettua rakennetta, joka saa siirtymiä ainoastaan yhteen suuntaan. Tällainen yksinkertaistus riittää usein kuvaamaan yksinkertaisen systeemin värähtelykäyttäytymistä. Mikäli massoja on useampia, kasvaa myös vapausasteiden määrä. (Salmi ja Virtanen 2006, s. 374)

Yhden vapausasteen systeemin värähtelijää voidaan kuvata vaunulla, joka on kiinnitetty jousella alustaan. Kyseinen systeemin on havainnollistettu kuvassa 2. (Salmi ja Virtanen 2006, s. 374)



Kuva 2. Yhden vapausasteen värähtelijä

Yhden vapausasteen (single degree of freedom eli SDOF) vaimennetun systeemin värähtelijän liikeyhtälö voidaan muodostaa useilla eri tavoilla, kuten voimatasapainomenetelmällä, virtuaalisen työn periaatteella sekä muilla energiamenetelmillä. Voimatasapainomenetelmällä muodostettu liikeyhtälö on muotoa

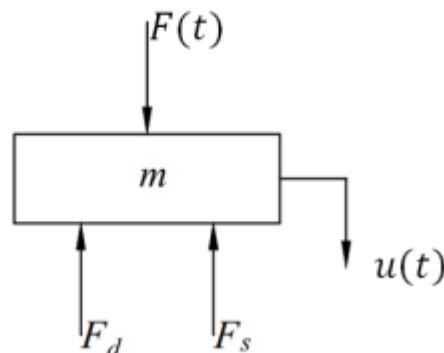
$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = F(t), \quad (1)$$

jossa  $m$  on värähtelevän kappaleen massa. Kappale on kiinnitetty alustaan jousella, jonka jäykkyys on  $k$ . Jousi on kimmoisa komponentti, joka varastoi ja vapauttaa energiaa systeemeissä. Sillä voidaan kuvata esimerkiksi värähtelevän laataston tukien jäykkyyttä.



Vaimennusta taas kuvataan vaimennuskertoimella  $c$ . Vaimennus on rakenteen sisäistä kitkaa, joka vastustaa liikettä vaimentaen sitä. Vaimennus voidaan saada aikaan rakenteeseen myös ulkoisten vaimentimien avulla. Massan siirtymää alkupisteestään kuvaa  $u(t)$ , nopeutta siirtymän ensimmäinen aikaderivaatta  $\dot{u}(t)$  ja kiihtyvyyttä sen toinen aikaderivaatta  $\ddot{u}(t)$ . Yhtälön oikea puoli kuvaa kappaleeseen vaikuttavaa ulkoista voimaa. Liikkeyhtälöstä nähdään dynaamisen ongelman aikariippuvuus. (Salmi ja Virtanen 2006, s. 379) (Pennala 1999, s. 62)

Kun edellä esitetty systeemi käännetään 90 astetta, saadaan kappaleen siirtymä eli vaste samansuuntaiseksi gravitaatiovoiman kanssa. Näin ollen ulkoisen voiman eli herätteen  $F(t)$  vaikutuksesta massa siirtyy alaspäin. Jousivoima  $k$  ja vaimennus  $c$  vaikuttavat ulkoista voimaa vastaan (kuva 3). (Clough ja Penzien 1995, s. 21)



Kuva 3. Vapaakappalekuva massa kohdistuvista voimista

Näin ollen

$$F(t) - F_d(t) - F_s(t) = ma, \quad (2)$$

missä  $F_s(t) = ku(t)$  (jousivoima),  $F_d(t) = c\dot{u}$  (vaimennus) ja  $a$  on kiihtyvyyys. Uudelleenjärjesteltynä edellä esitetty kaava päättyy jo aiemmin esitettyyn muotoon

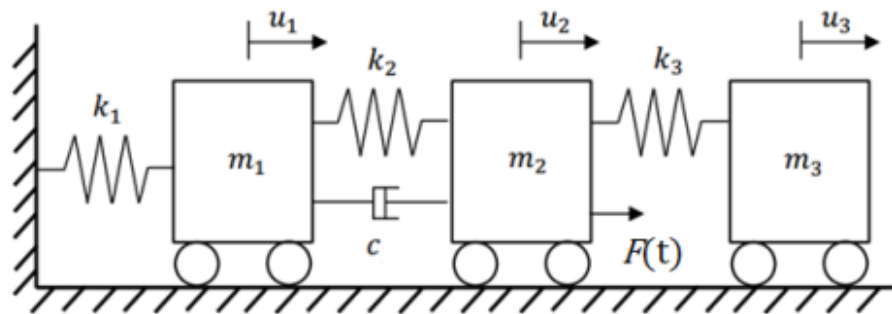
$$ma + F_d(t) + F_s(t) = F(t). \quad (3)$$

Kun heräte on harmoninen, on pakkovoima muotoa  $F(t) = F\cos\Omega t$ , jossa  $\Omega$  on kulmanopeus. (Clough ja Penzien 1995, s. 20)

### 2.1.2 Useamman vapausasteen värähtely

Mikäli systeemin värähtelyä kuvataan monen vapausasteen värähtelijänä, johtaa se yhtäaikaisten, toisen kertaluvun differentiaaliyhtälöiden ryhmään. Tällaisen yhtälöryhmän ratkaisu on vaikeaa, ja se tekee värähtelykäyttämisen tutkimisesta huomattavasti monimutkaisempaa kuin yhden vapausasteen tapauksessa. Usean vapausasteen systeemi on usein mahdollista kuvata useana toisistaan riippumattomana yhden vapausasteen systeeminä, ja tämä on suositeltava tapa menetellä, jotta laskennasta ei tulisi liian monimutkaista. Systeemin yksinkertaistaminen yhden vapausasteen värähtelijäksi on siis suotavaa, mutta ei kuitenkaan aina mahdollista. Yksinkertaistuksien lisääminen vähentää laskennan tarkkuutta vieden tuloksia epävarmalle puolelle. Yksi SDOF-aproksimaation heikkouksia on, että siitä saatujen tulosten luotettavuutta on hankala arvioida. (Pennala 1999, s. 125)

Monimutkaisempien rakenteiden värähtelyjen kuvaamiseen tarvitaan usein useamman vapausasteen värähtelijää. Monen vapausasteen systeemi (multi degree of freedom eli MDOF) on peruseriaatteeltaan samanlainen kuin yhden vapausasteen värähtelijä, mutta siinä yksittäiselle pistemassalle sallitaan useampi vapausaste. Monen vapausasteen värähtelijän yhtälöt ovat matriisimuotoisia. (Clough ja Penzien 1995, s. 170)



Kuva 4. Monen vapausasteen systeemi

Useamman vapausasteen värähtelyssä tasapainoyhtälöryhmä voidaan esittää muodossa

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = \{F(t)\}, \quad (4)$$

missä	$[m]$	on massamatriisi
	$[c]$	on vaimennusmatriisi
	$[k]$	on jäykkyyssmatriisi
	$\{\ddot{u}\}$	on kiihtyvyysvektori
	$\{\dot{u}\}$	on nopeusvektori
	$\{u\}$	on siirtymävektori
	$\{F(t)\}$	on ulkoisia voimia kuvaava vektori

### 2.1.3 Vaimentamaton ominaisvärähtely

Kun kappaleeseen ei vaikuta ulkoisia voimia, merkitään liikeyhtälön oikea puoli nolllaksi. Mikäli kappale tällöin poikkeutetaan tasapainoasemastaan, kutsutaan tästä syntyvää liikettä kappaleen ominaisvärähtelyksi. Kappaleen liikettä vastustavia voimia esiintyy aina, ja nämä voimat vaimentavat värähdysliikettä liikkeen pysähtymiseen saakka. Kyseiset vaimennusvoimat ovat kuitenkin toisinaan niin pieniä, että ne voidaan jättää huomioitta laskennan helpottamiseksi. Tämä tarkoittaa, että liikeyhtälöstä voidaan jättää vaimennusta kuvaava termi  $c\dot{u}(t)$  pois. Näin ollen liikeyhtälö supistuu muotoon

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0. \quad (5)$$

Jokaisella rakenteella on ominaistaajuuksia, joilla se ominaisvärähtelyssä värähtelee. Ominaistaajuudet riippuvat rakenteen massasta, massan jakautumisesta rakenteessa ja jäykkyydestä. Resonanssitila syntyy, kun jokin herätteen kulmataajuuden moninkerta yhtyy systeemin ominaiskulmataajuuteen. Resonanssitilassa systeemin värähtely voimistuu rajatta ajan mukana.

Systeemin ominaiskulmataajuutta merkitään  $\omega$ , ja sen yksikkö on s/rad. Ominaiskulmataajuuden neliö voidaan merkitä jäykkyyden ja massan suhteena

$$\omega^2 = \frac{k}{m}. \quad (6)$$

Sijoitettuna edelliseen yhtälöön saadaan

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0. \quad (7)$$

Kyseistä yhtälöä kutsutaan harmonisen värähtelyliikkeen differentiaaliyhtälöksi. Se on toisen kertaluvun lineaarinen differentiaaliyhtälö, ja sen yleinen ratkaisu on

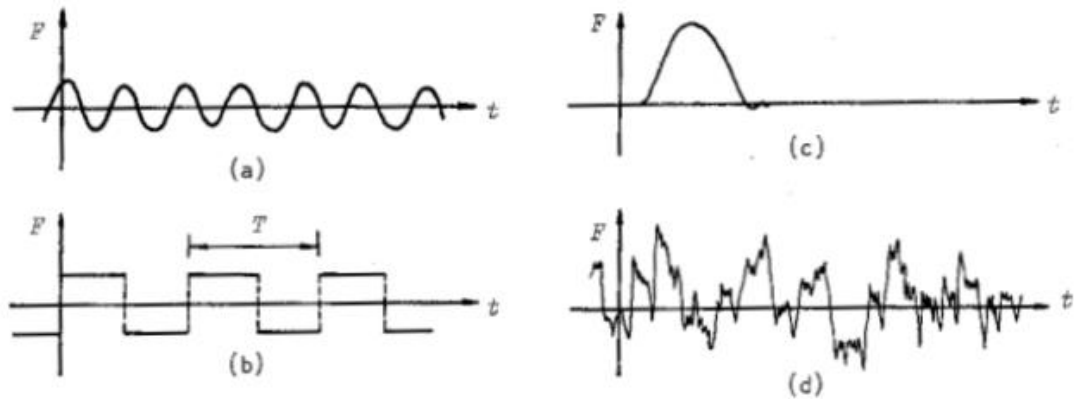
$$u(t) = C_1 \sin(\omega t) + C_2 \cos(\omega t). \quad (8)$$

$C_1$  ja  $C_2$  ovat integroimisvakioita. (Salmi ja Virtanen 2006, s. 374)

## 2.2 Heräte ja vaste

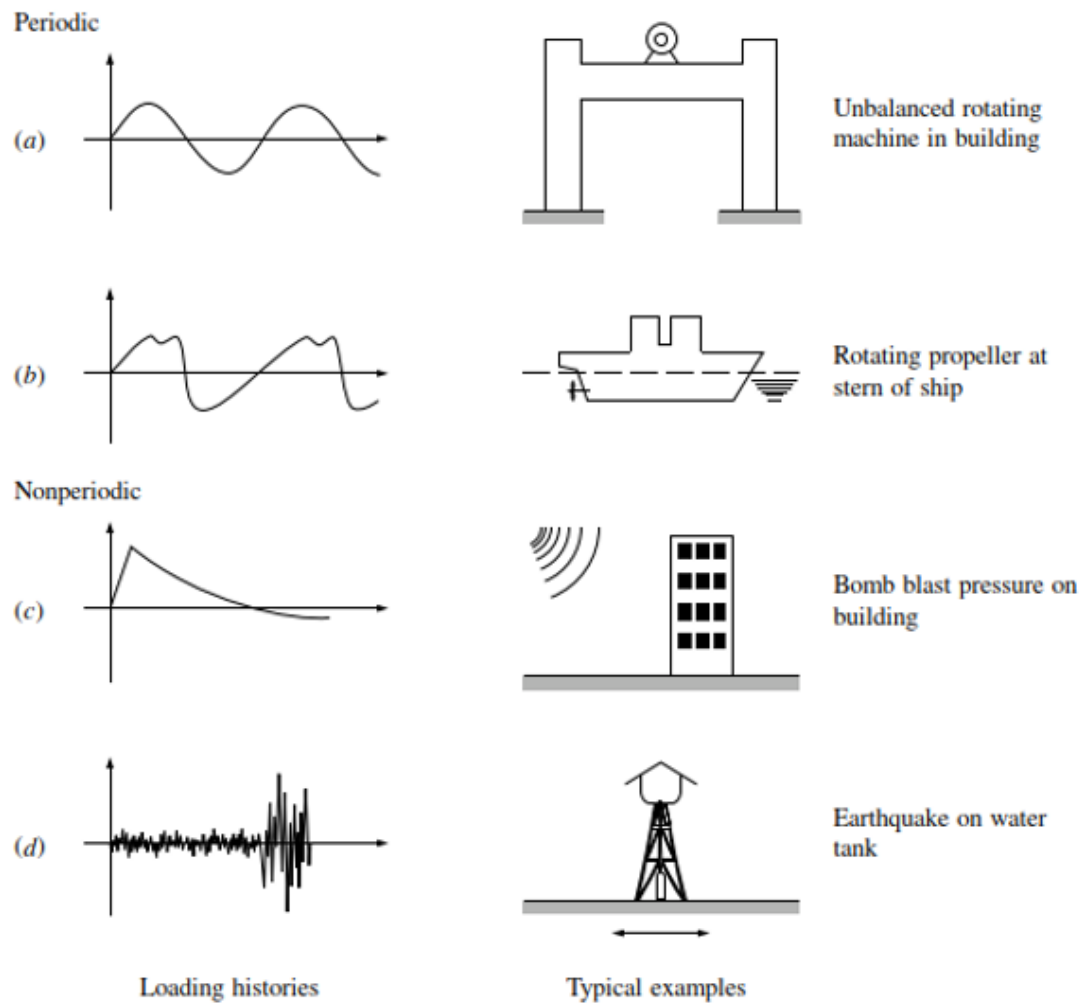
Systeemin värähtely johtuu dynaamisista kuormituksista, eli voimista, jotka pakottavat systeemin pois tasapainoasemastaan. Kuormitukset voidaan jakaa deterministisiin ja epädeterministisiin. Mikäli kuormituksen aikavaihtelu on täysin tunnettu, vaikkakin se voi olla luonteeltaan epäsäännöllinen, se kuvataan määrättynä dynaamisena kuormituksena, jolloin sen vasteanalyysi määritellään deterministiseksi. Mikäli taas kuormituksen aikavaihtelua ei täysin tunneta, määritellään se satunnaiseksi dynaamiseksi kuormitukseksi, ja sen vasteanalyysi on näin epädeterministinen. (Clough ja Penzien 1995, s. 1-2)

Lähes kaikki rakenteet altistuvat jonkinlaiselle dynaamiselle kuormitukselle elinkaarensa aikana. Sen takia onkin järkevää jakaa deterministiset kuormitukset kahteen pääluokkaan, jaksollisiin ja jaksottomiin. Erilaisia herätetyyppejä on esitetty kuvassa 5. (Clough ja Penzien 1995, s. 1-2)



Kuva 5. Eri herätetyyppejä: a) Harmoninen, b) epäharmoninen jaksollinen, c) jaksoton ja d) epädeterministinen. (Salmi & Virtanen 2006, s. 385)

Kuvassa 6 on esitetty muutama esimerkki erilaisista jaksollisista ja jaksottomista dynaamisista kuormituksista ja niiden aiheuttajista. Kohdassa a) on kuvattu yksinkertainen harmoninen kuormitus. Myös kohdassa b) kuormitus on jaksollista, mutta epäharmonista. Jaksottomat kuormitukset voivat olla impulssimaisia tai pitkäkestoisia. Esimerkiksi räjähdys aiheuttaa impulssimaisen kuorman (kuva c), kun taas maanjäristyksestä aiheutuva kuormitus on pitkäkestoinen (kuva d). (Clough ja Penzien 1995, s. 3)



Kuva 6. Erityyppisiä jaksollisia ja jaksottomia dynaamisia kuormituksia (Clough ja Penzien 1995, s. 3)

Jaksollinen heräte toistuu ajan funktiona. Jaksolliset herätteet, joiden jakso on  $T$ , voidaan kehittää Fourier-sarjaksi, jolloin jokaista sarjan termiä voidaan käsitellä harmonisena. Tällöin lineaarisen systeemin vaste saadaan summaamalla jaksollisen herätteen kaikkien komponenttien vasteet yhteen. (Pennala 1999, s. 73; Salmi ja Virtanen 2006, s. 400)

Heräte on jaksollinen kun

$$F(t) = F(t + T), \quad (9)$$

missä  $T$  on minimiaika, jonka kuluttua  $F(t)$  toistuu. Herätteen  $F(t)$  Fourierin sarjakehitelmä on

$$F(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} (a_j \cos(j\Omega t) + b_j \sin(j\Omega t)), \quad (10)$$

missä  $j$  on positiivinen kokonaisluku ja  $\Omega$  on peruskulmanopeus eli  $2\pi/T$ . Muiden harmonisten komponenttien kulmanopeudet ovat  $n\Omega = n2\pi/T$ . (Pennala 1999, s. 73)

Vasteeksi kutsutaan systeemin liiketilaa, joka on syntynyt värähtelyn seurauksena. Yleensä rakenteen vaste dynaamiseen kuormitukseen ilmaistaan suoraan rakenteen siirtymien suhteen. Tämän vuoksi deterministinen analyysi johtaa suoraan siirtymien aika-riippuvaan kuormitushistoriaan. Muita rakenteiden vasteita ovat mm. jännitykset, venymät, sisäiset voimat jne. ja ne on yleensä saatu analyysin toissijaisena vaiheena. Epädeterministinen analyysi taas antaa vain tilastollisia tietoja rakenteiden vasteista sen kuormitukseen. (Clough ja Penzien 1995, s. 3)

## 2.3 Vaimennus

Vaimennus tarkoittaa mekaanisen energian menetystä värähtelevässä systeemissä ajan myötä. Viskoosi vaimennus liittyy hidastuvaan voimaan, joka on verrannollinen nopeuteen. Vaimennus ilmaistaan yleensä kriittisen vaimennuksen prosenttimääränä, joka on todellisen vaimennuksen (jonka oletetaan olevan viskoosi) suhde kriittiseen vaimennukseen. Vaimennusta ei voida laskea ja se on määritettävä kokeellisesti. (Murray ym. 1997, s. 1-2)

Kriittisellä vaimennuksella tarkoitetaan pienintä määrää viskoosia vaimennusta, jonka tasapainostaan poikkeutettu vapaasti värähtelevä systeemi tarvitsee palatakseen lähtöasemaansa. Mikäli vaimennus on pienempi kuin systeemin kriittinen vaimennus, järjestelmä pääsee värähtelemään vapaasti. Rakennejärjestelmien vaimennussuhteet vaihtelevat yleensä 1% ja 8% välillä kriittisestä vaimennuksesta. (Murray ym. 1997, s. 1-2)

Vapaan värähtelyn liikeyhtälö muotoa

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0. \quad (11)$$

Edellä esitetyn yhtälön ratkaisuksi voidaan esittää sijoitus

$$u(t) = e^{\lambda t}. \quad (12)$$

Sijoittamalla tämä yhtälöön saadaan

$$\lambda^2 + \frac{c}{m}\lambda + \frac{k}{m} = 0. \quad (13)$$

Kyseisen yhtälön juuret saadaan ratkaistua toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}. \quad (14)$$

Kriittinen vaimennuskerroin on se  $c$  arvo, jolla yhtälön juuret yhtyvät. Tämä toteutuu silloin kun neliöjuuren sisällä oleva lauseke saa arvon nolla, eli

$$\left(\frac{c_k}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0. \quad (15)$$

Tästä saadaan

$$c_k = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega. \quad (16)$$

Suhteellinen vaimennuskerroin on systeemin vaimennuksen ja kriittisen vaimennuksen välinen suhde. Merkitään

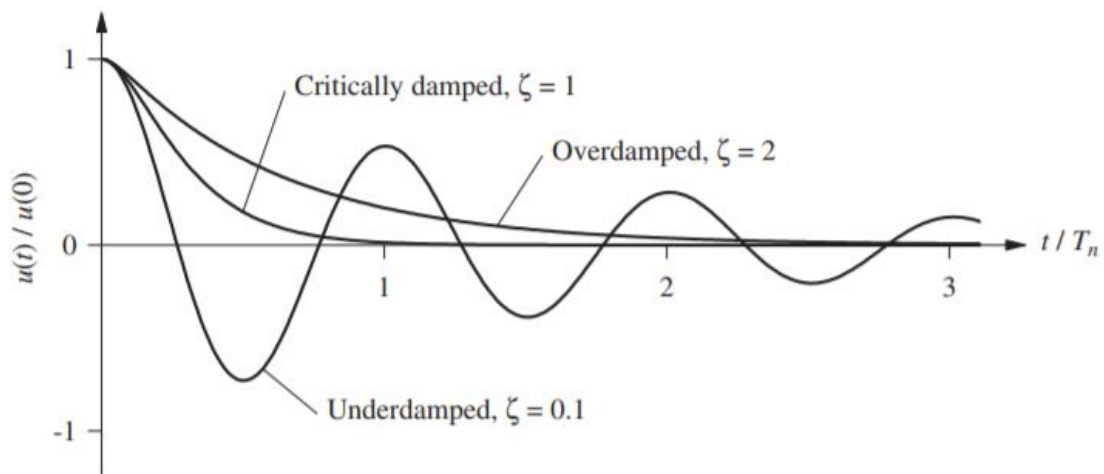
$$\zeta = \frac{c}{c_k} = \frac{c}{2m\omega}. \quad (17)$$

Suhteellisen vaimennuskertoimen ja kriittisen vaimennuskertoimen avulla yhtälö voidaan kirjoittaa muodossa



$$\lambda_{1,2} = (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega. \quad (18)$$

Edellä esitetystä yhtälöstä nähdään, että juurten  $\lambda_{1,2}$  luonne ja yhtälön ratkaisu riippuvat suhteellisen vaimennuskertoimen  $\zeta$  arvosta. Kyseinen yhtälö tuottaa kolmentyyppisiä tapauksia: ylikriittistä vaimennusta, alikriittistä vaimennusta sekä kriittistä vaimennusta (kuva 7). (Salmi ja Virtanen 2006, s. 380)



Kuva 7. Ylikriittinen, alikriittinen ja kriittinen vaimennus, (Chopra 2012, s. 49)

Kun,

- $\zeta = c/c_k > 1$ , vaimennus on ylikriittistä. Tällöin systeemi ei värähtele, vaan palaa hitaasti tasapainoasemaansa, kuten kuvasta 7 nähdään. Ylikriittisesti vaimennetun systeemin värähtely on vaimennettu niin voimakkaasti, että tasapainoasemaan palaaminen ei pääse tapahtumaan kovin nopeasti.
- $\zeta = c/c_k = 1$ , vaimennus on kriittistä. Systeemi palautuu nopeasti tasapainoasemaansa. Vaimennus siis tappaa värähtelyn nopeasti, eikä rakenne pääse värähtelemään. Mikäli systeemin alkunopeus on vastakkaissuuntainen alkusiirtymän kanssa systeemi ohittaa tasapainoasemansa kerran.
- $\zeta = c/c_k < 1$ , vaimennus on alikriittistä. Alikriittisesti vaimennettu systeemi värähtele. Systeemi käy tasapainoasemansa molemmilla puolilla useita kertoja, värähtelyamplitudin pienentyessä samalla logaritmisesti. Mitä pienempi vaimennuskertoimen on, sitä pidempään värähtely voi jatkua. Vaimennuskertoimen lähestyessä yhtä, vaimenee systeemi koko ajan nopeammin. (Chopra 2012, s. 49)

Rakenne värähtelee siis sitä voimakkaammin, mitä pienempi vaimennuskerroin sillä on. Mikäli vaimennuskerroin olisi nolla, eli systeemi olisi vaimenematon (teoreettinen tilanne), jatkuisi systeemin värähtely loputtomiin. Vaimennusta kasvattaessa saadaan siis systeemin värähtelyä pienennettyä. Käytännössä tutkittaessa värähteleviä systeimejä, systeemin vaimennus on aina alikriittistä. (Chopra 2012, s. 49)

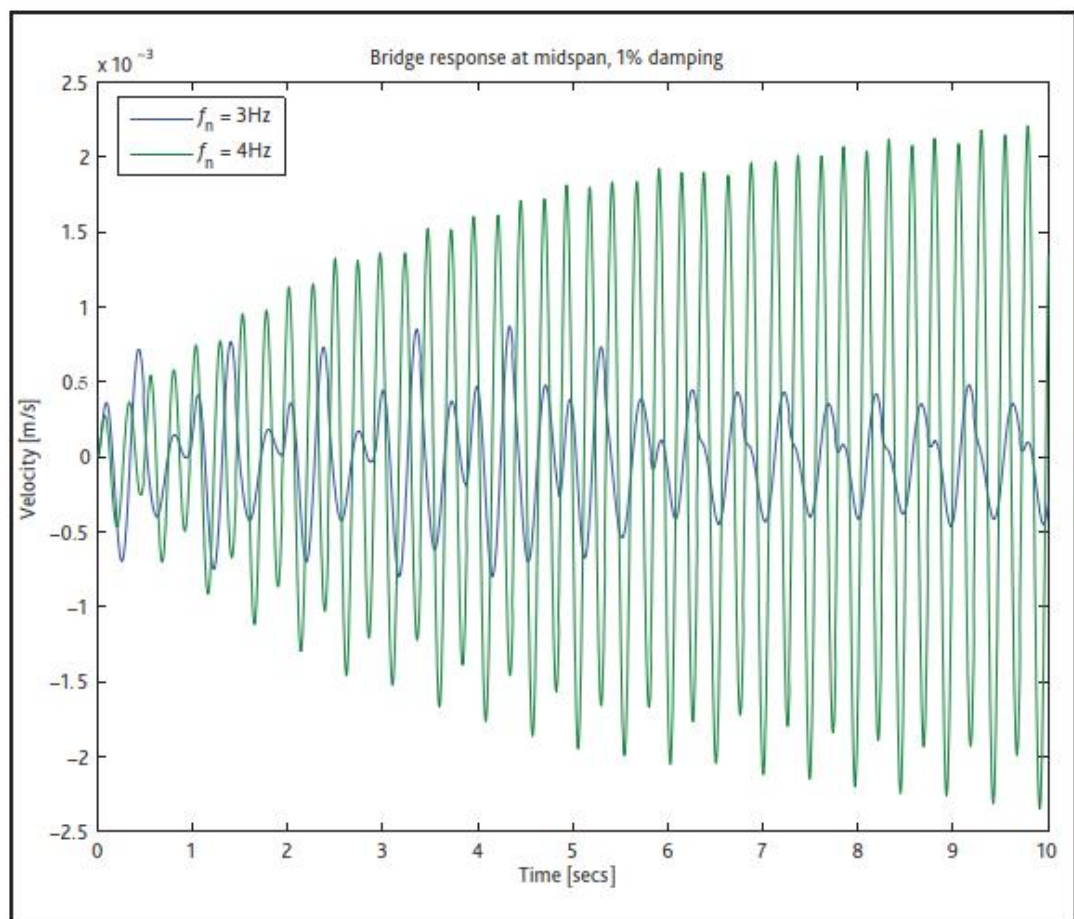
Joillakin materiaaleilla on enemmän luontaista vaimennusta kuin toisilla, mutta yleisesti ottaen rakennusmateriaaleilla, kuten betonilla ja teräksellä, on suhteellisen alhainen ominainen vaimennus. Rakenteissa liitosten ja väliseinien, sekä esimerkiksi kitkan aiheuttama vaimennus on paljon merkittävämpi. Lisäksi rakennuksen irtaimistolla, kuten huonekaluilla on suuri vaikutus vaimennukseen. Esimerkiksi parkkihallissa, joka on täynnä autoja, on huomattavasti suurempi vaimennus kuin tyhjässä parkkihallissa. Tästä syystä vaimennus on erittäin vaikea laskea eri tapauksissa. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että laskennassa on luotettava vertailukelpoisilla rakenteilla tehtyihin mittaustuloksiin, ja arvioitava vaimennuksen suuruus niiden perusteella. (Willford ja Young 2006, s. 7)

## 2.4 Resonanssi

Resonanssi on tila, joka syntyy, kun herätteen taajuus yhtyy johonkin systeemin ominaistaajuuteen, tai ominaistaajuuden moninkertaan. Tällöin rakenne alkaa resonoida. Mikäli rakenne resonoi jonkin jatkuvan ulkoisen voiman seurauksena, voi se joutua resonanssiin, jolloin sen värähtely voimistuu jatkuvasti. Tämä voi aiheuttaa vaurioita rakenteisiin. Esimerkiksi maanjäristysalueella oleva rakennus on suunniteltava siten, ettei sen ominaistaajuus vastaa tyypillisiä maanjäristyksen taajuuksia. Kevyenliikenteen sillan suunnittelussa pyritään siihen, että sillan alin ominaistaajuus ei sattuisi jalankulkijoiden kävelytaajuudelle, joka voi aiheuttaa voimakkaan värähtelyn ja pahimmassa tapauksessa jopa rakenteen resonanssin. Myös esimerkiksi koneperustuksia suunniteltaessa on huomioitava, että liikkuva kone voi aiheuttaa rakenteeseen resonanssitilan, mikäli koneen ja koneperustuksen taajuudet yhtyvät. (Willford ja Young 2006, s. 9)

Rakenteen resonointia jonkin herätteen vaikutuksesta voidaan yksinkertaisesti arvioida kertoimella  $r = f_n / f_w$ , jossa  $f_n$  on rakenteen taajuus ja  $f_w$  herätteen taajuus. Rakenteen

suurin mahdollinen resonanssitila syntyy silloin kun  $r = 1$ . Aina  $r$ :n ollessa tasaluku, eli kun herätteen taajuus on jokin ominaistaajuuden moninkerroista, rakenteella on mahdollisuus resonoida. Otetaan esimerkiksi kaksi kävelysiltaa, jotka ovat muuten täysin samanlaisia, mutta joiden jäykkyyksissä on ero, niin että toisen alin ominaistaajuus on 3 Hz ja toisen 4 Hz. Siltoihin kohdistuu kävelyheräte, jonka taajuus on 2 Hz. Kuten alla olevasta kuvasta nähdään, 3 Hz taajuuden silta lähtee kyllä värähtelemään, mutta värähtely pysyy melko tasaisena koko herätteen vaikutuksen ajan, eikä rakenne siis lähde resonoimaan. 4 Hz taajuuden sillan värähtely taas voimistuu voimakkaasti ajan myötä. Tämä johtuu siitä, että tässä tapauksessa kertoimeksi tulee  $r = f_n/f_w = 4 \text{ Hz}/2 \text{ Hz} = 2$ . Kerroin  $r$  on siis kokonaisluku, toisinkuin 3 Hz sillan tapauksessa (kuva 8). (Willford ja Young 2006, s. 9)



Kuva 8. Kevyen liikenteen siltojen vaste kävelyherätteelle (Willford ja Young 2006, s. 9)

## 3 JÄLKIJÄNNITETYT RAKENTEET JA NIIDEN KÄYTTÖ

### 3.1 Jälkijännitys yleisesti

Jännittämisellä tarkoitetaan betonirakenteen sisälle asennettavien punosten jännittämistä niin, että taivutetusta betonipoikkileikkauksesta saadaan suurempi hyöty irti. Jännittämisellä betonirakenteeseen saadaan aiheutettua puristusjännitystilaa. Näin ollen rakenteen omapaino ja sille tulevat kuormat taivuttavat rakennetta vähemmän kuin ilman jännittämistä. Jännittämisellä saadaan myös hillittyä tai jopa estettyä kokonaan betonin vetopuolen halkeilua. Jännitetyillä rakenteilla saadaan aikaan ohuempia rakenteita ja pidempiä jännevälejä.

Punokset voidaan jännittää joko ennen (esijännitetty) tai jälkeen (jälkijännitetty) betonin valun. Tyypillisesti esijännitettynä valmistetaan elementtejä, ja jälkijännitettynä paikallavalurakenteita.

Jälkijännittämistä käytetään yleensä paikallavaletuille palkeille ja laatoille. Jälkijännittämisessä punokset jännitetään vasta betonin valamisen jälkeen. Jälkijännittämisessä joudutaan aina käyttämään päätyankkureita, ja tämän vuoksi kyseisiä rakenteita kutsutaan myös ankkurijännerakenteiksi. Jänteet sijoitetaan valumuottiin suojaputkissa. Jälkijännitetyt jänteet voidaan jakaa tartunnallisiin ja tartunnattomiin jänteisiin. (Leskelä 2008, s. 624)

Tartunnallisten jänteiden menetelmässä suojaputket täytetään jänteiden jännittämisen jälkeen juotoslaastilla. Sen tarkoitus on siirtää tartuntavoimat kitkan avulla jänteiltä betonirakenteelle. Juotoslaastilla saadaan aikaan myös jänteiden parempi korroosiokestävyys. (Leskelä 2008, s. 624)

Tartunnattomassa menetelmässä punosten muovisuoja täytetään vaseliinilla tai vastaavalla rasvalla, jonka tarkoituksena on suojata terästä korroosiolta ja vähentää kitkaa. Jännevoima vaikuttaa rakenteeseen suoraan vain rakenteen päädyissä olevien ankkureiden kautta. Punokset jännitetään samalla tavalla kuin tartunnallisessa menetelmässä, mutta punosten ja betonin välille ei synny tartuntaa missään vaiheessa. Tartunnattomalla ja tartunnallisella menetelmällä saadaan jatkuville rakenteille aikaan

ohjausvoimia, kun jänteet sijoitetaan kulkemaan kaarevasti rakenteessa. Ohjausvoimat asetetaan rakenteelle tulevia leikkausvoimia vastakkaisiksi. (s.624) Tartunnattomia jännteitä kutsutaan myös rasvapunoksiksi. Tartunnattomia jännteitä ei lasketa mukaan halkeilun rajoittamisen vähimmäisraudoitusalaan, vaan rakenne täytyy raudoittaa erikseen halkeilua vastaan. (Leskelä 2008, s. 624; SFS-EN 1992-1-1 s. 121; by 69 2017, s. 32)

Jännitettyjen laatasten palkit ja laatat jännitetään yleensä tartunnattomilla jännteillä. Niillä saadaan aikaan pitkiä jännevälejä ja jatkuvia rakenteita. Jatkuvilla rakenteilla jännteet sijoitellaan lähes poikkeuksetta kaareviksi. Jänneiden kaarevuudella tarkoitetaan sitä, että jännevälin keskellä punos viedään mahdollisimman lähelle palkin alapintaa, jotta saadaan aikaan ylöspäin suuntautuva ohjausvoima. Keskituella jännteet taas sijoitellaan palkin yläpintaan, jotta ohjausvoima suuntautuu alaspäin, ja tasapainottaa näin tukireaktiota. (Leskelä 2008, s. 624)

Tartunnattomia jännteitä käytettiin ensimmäisiä kertoja USA:ssa 1950-luvun loppupuolella. Ne olivat halvempia sekä materiaali- että asennuskustannuksiltaan kuin tartunnalliset jännteet, mikä vaikutti positiivisesti niiden suosioon. Yhdysvaltojen ulkopuolella tartunnattomien jänneiden käyttö on alkanut hieman myöhemmin, vasta 1970-luvulla, ja niiden käyttö on levinnyt laajemmin 1980-1990 -luvuilla. (Szydlowski ym. 2019, s. 1443)

### **3.2 Jälkijännitetyt rakenteet verrattuna jännittämättömiin**

Jälkijännitetyillä rakenteilla saavutetaan useita hyötyjä ja etuja verrattuna jännittämättömiin rakenteisiin. Jänneterästen huomattavan suuren vetolujuuden ansiosta niissä tarvittava teräsmäärä on jopa neljä kertaa pienempi kuin tavallisissa teräsbetonirakenteissa. Tämä vähentää niin rakennuskustannuksia kuin rakennuksen hiilijalanjälkeä. Jälkijännitetyt laatat ovat myös ohuempia, jolloin niihin tarvitaan myös vähemmän betonia. Yli viisimetrisillä jänneväleillä jälkijännitetyn laatan paksuus on noin kolmanneksen pienempi. Pidemmät jännevälit johtavat lisäksi pienempiin pilarimääriin rakenteissa, pienentäen näin rakennuksen kokonaiskustannuksia. Paikallavalurakenne ja jälkijännittäminen mahdollistavat myös epäsäännöllisten ja perinteisestä laattarakenteesta poikkeavien rakenneratkaisujen toteuttamisen. Ohuempi laattarakenne

ja matalammat palkit vaikuttavat lisäksi rakennuksen kokonaiskorkeuteen ja monikerroksisissa rakennuksissa ero voi olla suurikin. Jälkijännittämisen hyödyt näkyvät nimenomaan matalammissa rakennekorkeuksissa. (Aalami 2014, s. 2-2)

Jännitetyillä rakenteilla on tiukemmat halkeamavaatimukset käyttörajatilassa, eli ne halkeilevat käytännössä selvästi vähemmän kuin jännittämättömät. Käyttörajatilan kuormituksilla jännittämättömät rakenteet voidaan suunnitella jopa täysin halkeilemattomiksi. Tämän vuoksi ne sopivat etenkin rakennuksiin, joissa vesitiiviys on tärkeää, kuten edellä mainittuihin pysäköintirakennuksiin. (Aalami 2014, s. 2-2)

Jälkijännitettyjen rakenteiden hoikkuus ja pitkät jännevälit, verrattuna tavallisiin teräsbetonirakenteisiin, altistavat ne heräksi värähtelylle. Erityisesti rakenteiden ongelmat värähtelyn suhteen ilmenevät pitkien jännevälien rakenteissa. Pitkät jännevälit laskevat ominaistaajuutta huomattavasti. Toisaalta jälkijännitetyillä rakenteilla on myös etuja mietittäessä rakenteen värähtelyjä. Rakenteen suuren hoikkuuden johdosta rakenteet ovat kevyitä ja niiden halkeilu on hyvin rajoitettavissa. Suunnitteluratkaisuilla voidaan rakenteet suunnitella usein jopa täysin halkeilemattomiksi. Halkeilu pienentää huomattavasti rakenteen jäykkyyttä, jolloin sillä on suora vaikutus ominaistaajuuteen. Tästä huolimatta värähtelyä on syytä arvioida jälkijännitetyissä rakenteissa etenkin pitkien jännevälien tapauksessa. (Aalami 2014, s. 2-2)

Vaikka jännittämisellä saadaan hillittyä rakenteiden taipumia ja halkeilua, sillä ei voida vaikuttaa rakenteen dynaamiseen käyttäytymiseen. Rakenteen suurimmat värähtelyyn vaikuttavat ominaisuudet ovat jäykkyys, massa ja vaimennus, ja näihin ei juurikaan voida jännittämisellä vaikuttaa. (Pavic ja Reynolds 2002a s. 5)

### **3.3 Tyypillisiä jälkijännitettyjä rakennuksia**

#### **3.3.1 Pysäköintilaitokset ja torikannet**

Pysäköintilaitokset ja torikannet ovat kylmiä tai puolikylmiä rakennuksia, jotka altistuvat hyvin erilaisille rasituksille kuin asuintalot. Ulkoisia kuluttavia tekijöitä ovat esimerkiksi nastarenkaat, rakenteisiin tunkeutunut vesi, pakkanen, suolat, öljyt ja pakokaasut. Sisäisiä tekijöitä taas ovat betonin kutistumasta ja virumasta aiheutuva halkeilu sekä betonin

karbonatisoituminen. Rakenteiden jännittämisellä voidaan saada aikaan halkeilematon ja vesitiivis rakenne. Jännitetty rakenne myös viruu vähemmän. (RIL K147-1992 s. 81-85)

Etenkin rakenteen vesitiiveys on pysäköintirakennuksissa tärkeää, sillä rakenteisiin pääsevä, klorideja sisältävä vesi lyhentää betonirakenteen käyttöikää. Vesitiiveys saavutetaan estämällä jännitetyn rakenteen halkeilu sen yläpinnasta ja huolehtimalla ettei rakenteessa esiinny vetojännityksiä sen käyttökuormilla. Lisäksi laattarakenne kannattaa suunnitella kahteen suuntaan jännitettynä. Halkeilemattomassa rakenteessa harjateräksiset ovat hyvin korroosiosuojatut ja tällä saadaan pidennettyä rakenteen käyttöikää, vähennettyä huollon ja korjauksen tarvetta sekä saavutetaan rakennukselle edulliset käyttökustannukset. (Aho ym. 2005, s.3)

Pysäköintirakennukset ovat tarkoitettu ajoneuvojen pysäköintiä varten, ja ne voidaan jakaa kokonsa ja käyttötarkoituksensa mukaan eri tyyppeihin. Ne voivat olla oma itsenäinen rakennuksensa tai osana muuta rakennusta. Pysäköintirakennuksissa syntyvän värähtelyn arvioinnissa tulee ottaa huomioon aiheuttaako se haittaa muulle rakennukselle. Esimerkiksi kauppakeskuksen yhteydessä sijaitsevassa pysäköintihallissa syntyvä värähtely voi haitata muualla rakennuksessa asioivia ihmisiä. (Aho ym. 2005)

Tyypillisin rakenneratkaisu paikallavaletussa pysäköintirakennuksessa on jälkijännitetty palkkilaatasto. Sillä saadaan aikaan pisimmät jännevälit kustannustehokkaasti. Kyseisessä rakenneratkaisussa palkkikaistat jännitetään, ja lisäksi laatta jännitetään poikkisuunnassa jatkuvana rakenteena rasvapunoksilla. (RIL K147-1992, s.88)

### **3.3.2 Kauppakeskukset ja liikuntatilat**

Jälkijännitettyjä rakenteita käytetään myös kauppakeskuksissa ja rakennuksissa, jossa on isoja liikunta- ja kokoustiloja. Nämä rakenteet ovat sisätiloissa, toisin kuin parkkihallit. Näissä rakennuksissa tarve rakentaa pitkiä jännevälejä syntyy rakennusten käyttövaatimuksista ja muuntojoustavuudesta. Kauppakeskukset ovat tyypillisesti vuokrattavia tiloja, joissa vuokralainen vaihtuu määräajoin ja tilojen yhdistely ja erottaminen vaativat kevyitä väliseiniä ja mahdollisimman vähän kantavia pilareita.

Pitkiä jännevälejä tarvitaan myös rakennuksissa, joihin sijoittuu liikuntatiloja. Tyypillisesti näitä rakennetaan liikuntakeskuksiin, mutta myös oppilaitoksiin.

Erityisesti liikuntatiloissa värähtely on otettava huomioon suunnittelussa, koska rakenteiden värähtelyn herätteenä voi olla hyvinkin suuri määrä ihmisiä liikkumassa samassa tahdissa. Yleensä näiden tilojen suunnittelukriteereissä on jo esitetty käyttäjämäärät ja annettu rakenteiden kiihtyvyyksille raja-arvot.



## 4 LAATASTOJEN VÄRÄHTELY

Rakenteiden värähtely johtuu rakennusta kuormittavista dynaamisista voimista, joita ovat esimerkiksi ihmisten aiheuttamat toiminnot kuten kävely ja juoksu, erilaisten koneiden iskumaiset, pyörivät tai edestakaiset liikkeet, luonnonilmiöt kuten tuuli ja maanjäristykset, ajoneuvot sekä onnettomuustilanteet kuten törmäykset. Tässä työssä tutkitaan jälkijännitettyjen laatastojen värähtelyä. Kyseisiä rakenteita käytetään rakennuksissa, joissa tarvitaan pitkiä jännevälejä. Tällaisia kohteita ovat esimerkiksi kauppakeskukset, liikuntatilat, pysäköintihallit sekä pihakannet.

Värähtelytarkastelussa pelkkä ominaistajuuden tarkastelu voi olla harhaanjohtavaa, sillä useimmat ihmiset tuntevat ennemminkin värähtelyn amplitudin. Amplitudi voidaan ilmaista siirtymien suhteen, mutta tätä voi olla käytännössä hankala mitata. Tämän vuoksi nykyaikaiset standardit kuvaavat ihmisen herkkyyttä värähtelyn usein kiihtyvyyssamplitudien suhteen. Kiihtyvyydet voidaan ilmaista suhteessa ”pohja-arvoon”, jota säädellään ihmisen kokeman taajuuden mukaan. (Corus Construction & Industrial 2004, s.13)

### 4.1 Ihmisen kokema värähtely

Yleensä lattioiden värähtelyä tutkittaessa ollaan kiinnostuneita normaalin kävelyn ja rytmisten liikuntalajien, kuten tanssimisen aiheuttamista dynaamisista kuormituksista. Tämä johtuu siitä, että lattioiden värähtely koetaan ongelmalliseksi paikoissa, joissa se havaitaan helpoimmin.

Etenkin kävelyn aiheuttamia herätteitä on tutkittu paljon. Yleensä rakennuksissa kyseiset tarkastelut on tehty asuintaloihin tai toimistoympäristöön, sillä siellä vähäinkin lattian värähtely havaitaan helposti ja koetaan häiritsevänä. Paikallaan oleva ihminen havaitsee rakenteiden värähtelyn huomattavasti helpommin kuin liikkeessä ollessaan. Tämän takia asuin- ja toimistorakennuksissa kriteerit värähtelyn vasteelle ovat tiukemmat kuin tiloissa, joissa ihmiset ovat pääsääntöisesti liikkeessä.

Kävelystä ja muusta ihmisen toiminnasta aiheutuu lattioille pääosin pystysuuntaista värähtelyä. Vaaka- ja pituussuuntaista värähtelyä joudutaan tutkimaan esimerkiksi

silloissa, joissa ilmenee muitakin kuin pystysuuntaisia herätevoimia, ja joiden rakenne sallii lattioita paremmin vaaka- ja pituussuuntaisen liikkeen.

Pysäköintihalleissa dynaamista kuormitusta aiheuttavat siellä liikennöivät ajoneuvot. Kyseisissä rakennuksissa pieni värähtely on kuitenkin odotettavissa, eikä sitä sen vuoksi ole ollut tarpeen rajoittaa niin paljon kuin esimerkiksi toimisto- tai asuinrakennuksissa. Ihminen myös havaitsee värähtelyn huonommin pysäköintihalleissa, sillä näissä rakennuksissa vietetään usein vain vähän aikaa, ja tuonkin ajan ihminen on usein itsekin liikkeessä, kuten kävelemässä tai liikkuvan auton kyydissä. Pysäköintihalleissa syntyvä värähtely voi kuitenkin olla haitallista, mikäli samassa rakennuksessa toimii muitakin toimitiloja, esimerkiksi kauppakeskus. Ajoneuvot aiheuttavat pysäköintihalleissa lisävärähtelyä myös ajaessaan epätasaisella alustalla, tai epäjatkuvuusalueilla, kuten liikuntasaumojen yli. (Smith ym. 2009, s.65; Corus Construction & Industrial 2004, s. 14)

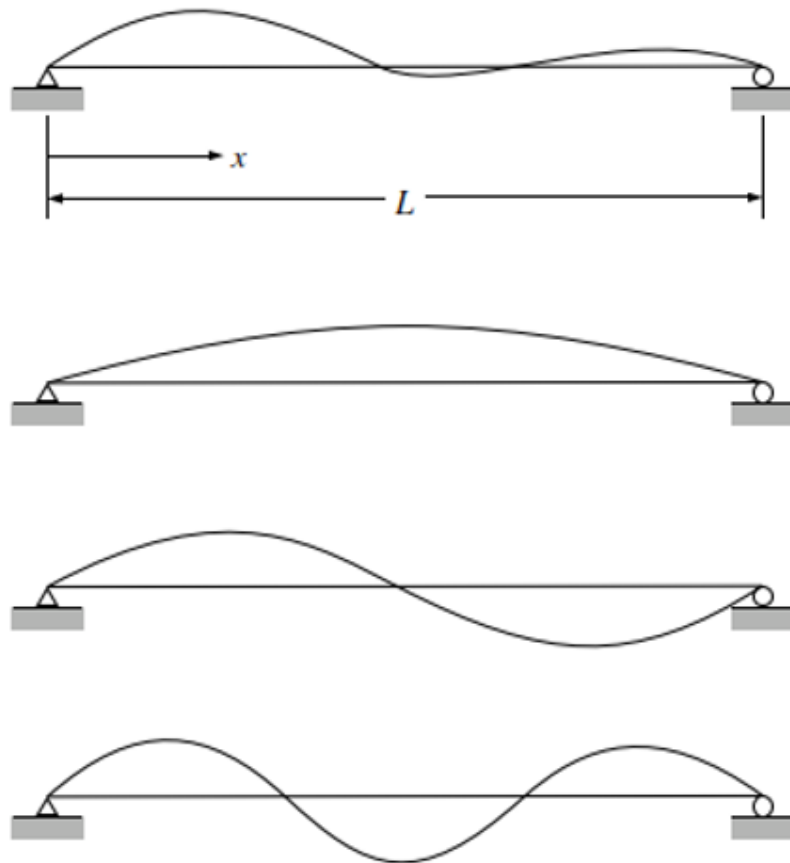
Lattioiden värähtelyä tutkitaan yleensä käyttörajatilassa, sillä sen aiheuttamat haitat liittyvät ihmisten mukavuuteen ja laitteiden ja koneiden toimintaan, eikä niinkään rakenteiden vaurioitumiseen. Värähtelyn kestolla on myös suuri vaikutus siihen, kuinka häiritsevä se koetaan. Lyhytaikaisten, impulssimaisesta kuormituksesta syntyvien värähtelyn merkitys on usein pienempi kuin pitkäaikaisten jaksollisten kuormitusten.

Ihminen voi aistia värähtelyn joko suoraan koko kehon värähtelynä, tai epäsuoraan esimerkiksi värähtelyn aiheuttaessa ääntä rakenteissa, tai tavaroiden liikkeenä. Näistä haitallisista on koko kehon tuntema värähtely (whole-body vibration) eli kehotärinä, sillä ihmiskeho aistii pienetkin värähtelyt epämiellyttävänä. Kehotärinää on tutkittu paljon, mutta ihmiskehon tuntemalle värähtelylle ei silti ole määritelty selkeitä raja-arvoja.

Ihmisten on todettu olevan herkimpiä kiihtyvyyksille, jotka esiintyvät taajuusalueella 4-8 Hz, sillä se aiheuttaa resonanssia joissain ihmiskehon osa alueissa. Ihmiskehon eri elimillä on erilaiset ominaistajuuudet, ja osa herkimmistä elimistä asettuu kyseiselle taajuudelle. Tämän takia värähtelyä rajoitetaan voimakkaimmin juuri kyseisellä taajuusalueella. (Pavic ja Reynolds 2002a, s. 48)

## 4.2 Oinaismuodot ja ominaistajuuudet

Kuten aiemmin on todettu, jokaisella rakenteella on omat ominaistajuuudet, joilla se värähtelee. Useimmiten massiivisten laattarakenteiden värähtelyssä ollaan kiinnostuneita vain alimmista ominaistajuuksista ja etenkin alin ominaistajuus on värähtelymitoituksessa kriittinen arvo. Jokaisella ominaistajuudella on sitä vastaava ominaismuotonsa, joka kuvaa rakenteen muotoa kyseistä tajuutta vastaavassa maksimitaipumassa. Yksiaukkoisen palkin kolme alinta ominaismuotoa on esitetty kuvassa 9.



Kuva 9. Yksiaukkoisen palkin kolme ensimmäistä ominaismuotoa (Clough ja Penzien 1995, s. 6)

Kukin tajuus värähtelee herkimmin silloin, kun heräte vaikuttaa sen värähtelystä aiheutuvan siirtymän suurimmassa kohdassa. Esimerkiksi yllä olevassa kuvassa olevan palkin tapauksessa, ensimmäisen ominaistajuuden värähtelylle herkin kohta on herätteen vaikuttaessa aukon keskikohdassa. Toinen ominaismuoto taas ei lähde värähtelemään

herätteen vaikuttaessa kyseisessä kohdassa, sillä sen siirtymä kyseisessä kohdassa on nolla. Kaikki kolme muotoa taas heräävät värähtelemään, mikäli heräte vaikuttaa palkin neljäsoapisteessä. Tämä ei kuitenkaan saa ensimmäistä ominaistaajuutta värähtelemään yhtä tehokkaasti kuin palkin keskipisteessä vaikuttava heräte. (Willfor ja Young 2006, s. 7-8)

Rakenteen ominaistaajuudet voidaan selvittää tutkimalla rakenteen vapaata värähtelyä. Eri lähteissä on esitelty erilaisia likikaavoja ominaistaajuuksien laskentaan. Tässä työssä käytettävät likikaavat on esitelty myöhemmin kappaleessa 5. Ominaistaajuudet saadaan määriteltä myös laskentaohjelmistolla suoritettavalla moodianalyysillä. FEM-analyysi antaa usein tarkemman arvon ominaistaajuudelle kuin likikaavat, mutta niiden käyttö vaatii kyseisen ohjelmiston dynaamisen laskennan tuntemista. Lisäksi suurien laskentamallien paloittelu on tehtävä värähtelymitoituksen ehdoin, jotta FEM-analyysin tulokset yksinkertaistetussakin mallissa ovat luotettavia.

Jokaiseen ominaisvärähtelytaajuuteen osallistuu vain osa rakenteen massasta, ja tätä osuutta kutsutaan moodimassaksi. Moodimassa on siis se massa, joka osallistuu värähtelyyn kussakin ominaistaajuudessa. Käytännössä moodimassa kertoo värähtelyyn osallistuvan massan kautta, kuinka oleellinen kyseinen värähtelymuoto on kokonaisvärähtelyanalyysin kannalta. Laskentaohjelmistot antavat rakenteen moodimassat kullekin ominaistaajuudelle. (Willfor ja Young 2006, s. 63)

Moodimassa voidaan laskea kaavalla

$$\hat{m}_j = \sum_{i=1}^N \mu_{j,i}^2 m_i, \quad (19)$$

missä  $i$  on joka  $N$ :s piste rakenteessa massalla  $m_i$ , kun ominaistaajuuden ominaismuoto  $\mu$  tiedetään. Rakenteen kokonaismassa on muotoa

$$m = \sum_{i=1}^N m_i. \quad (20)$$

Ensimmäinen ominaistaajuus ja tätä vastaava ominaismassa voidaan arvioida säännöllisille ja yksinkertaisille rakenteille myös seuraavilla likiarvokaavoilla. Ensimmäinen ominaistaajuus saadaan arvioitua maksimitaipuman  $\delta$  [mm] avulla

$$f = \frac{18}{\sqrt{\delta}}. \quad (21)$$

Moodimassa vastaaville rakenteille taas voidaan arvioida kokonaismassasta. Yksinkertaisille palkkirakenteille ensimmäistä ominaistaajuutta vastaava moodimassa on noin puolet kokonaismassasta, ja vastaaville laattarakenteille noin yksi neljäsosa kokonaismassasta, eli

$$\hat{m} = \frac{mLW}{4}. \quad (22)$$

missä W ja L ovat laataston sivumitat.

Nämä arviot voivat olla hyödyllisiä esisuunnitteluvaiheessa, sekä silloin kun halutaan verrata FEM-laskennasta saatuja tuloksia. (Willfor ja Young 2006, s. 71)

### 4.3 Matala- ja korkeataajuuksiset laatat

Värähtelyanalyysissa laskennan ensimmäinen vaihe on määritellä rakenteen ominaistaajuus. Ominaistaajuuden merkitys on selitetty tarkemmin kappaleessa 2.1.3. Useimmissa suunnitteluohjeissa värähtelymitoituksen perustana on jakaa lattiarakenteet niiden alimman ominaistaajuuden perusteella matala- ja korkeataajuuksisiin. Osa ohjeista määrittelee erilaiset vastekriteerit matala- ja korkeataajuuksisille lattioille, ja osassa ohjeista värähtelyvaste lasketaan molemmantyyppisille lattioille samalla tavoin, mutta sallitut raja-arvot vaihtelevat. Tässä työssä tutkitut suunnitteluohjeet ja niiden mitoituskriteerit on selostettu tarkemmin kappaleessa 4.5 Suunnitteluohjeet ja standardit.

Lattioihin kohdistuva dynaaminen kuormitus syntyy yleensä kävelystä. Tämän vuoksi raja-arvo matala- ja korkeataajuuksisien lattioiden välillä on määritelty kävelyn askelherätteen neljännen harmonisen komponentin taajuuden mukaan. Askelherätteellä tämä raja-arvo asettuu välille 8-10 Hz, riippuen käytetyn askelherätteen ensimmäisestä

taajuudesta. Raja perustuu siihen, että kävelyn aiheuttaman värähtelyn ei ole katsottu aiheuttavan lattialle resonanssia enää kävelyn neljännen harmonisen komponentin jälkeen. Askelherätteestä ja sen harmonisista komponenteista on kerrottu tarkemmin kappaleessa 5.2.1. (Willfor ja Young 2006, s. 24)

Matalataajuuksisilla lattioilla tutkitaan lattian resonanssivastetta, sillä oletus on, että jokin kävelyn ensimmäisestä neljästä harmonisesta komponentista osuu lattian alimmalle ominaistaajuudelle. Tällöin ollaan kiinnostuneita herätteen lattialle aiheuttavista kiihtyvyyksistä. Korkeataajuuksisilla lattioilla taas tutkitaan lattian impulssivastetta, sillä siellä askelherätteen taajuudet tai niiden moninkerrat eivät enää ole niin merkittäviä, että ne voisivat aiheuttaa lattialle resonanssia. Sen sijaan yksittäisten askelten aiheuttavat impulssit havaitaan korkeataajuuslattioilla helpommin.

Mitä matalampi taajuus rakenteella on, sitä harvemmin se värähtelee. Taajuuden yksikkö on hertsi, eli 1/s. Esimerkiksi lattia, jonka alin ominaistaajuus on 4 Hz, värähtelee siis 4 kertaa sekunnin aikana. Ihminen havaitsee tällaisen värähtelyn helpommin kuin korketaajuuksisen, sillä kuten kappaleessa 4.1 kerrottiin, ihmiskehon elimistä suurin osa värähtelee matalilla ominaistaajuuksilla. Mikäli taas lattian ominaistaajuus on esimerkiksi 15 Hz, lasketaan se korkeataajuukseksi. Tällöin se siis värähtelee 15 kertaa sekunnin aikana. Ihmiskeho havaitsee heikommin tällaisen värähtelyn, mutta ihminen voi havaita yksittäisten askelten aiheuttamat impulssit.

Tässä työssä keskitytään matalataajuuksisten lattioiden värähtelyn tutkimiseen, sillä paikallavaletut massiiviset laattarakenteet, joilla on pitkät jännevälit, värähtelevät pääsääntöisesti matalilla taajuuksilla.

#### **4.4 Suunnitteluohjeet ja standardit**

Rakenteiden värähtelymitoitusta käsitellään eri ohjeissa ja standardeissa hieman eri tavoin. Etenkin talonrakennuksen osalta värähtely on käyttörajatilaongelma. Monet standardit kuitenkin vain velvoittavat värähtelytarkastelun suorittamiseen, mutta eivät anna ohjeita itse mitoituksen tekemiseen.

Suunnitteluohjeet perustuvat yleensä kävelystä aiheutuvan värähtelyn tutkimiseen, sillä askelmainen kuormitus on hyvin tyypillinen värähtelyn aiheuttaja sekä asuin- ja toimistorakennuksissa että kävelysilloilla. Kävelyherätteestä voidaan tutkia myös useamman jalankulkijan aiheuttamaa värähtelyä. Lisäksi esimerkiksi amerikkalaisen AISC suunnitteluohjeessa annetaan herätteet yleisötaapatumasta ja ryhmäliikunnasta aiheutuvalle värähtelylle.

#### **4.4.1 Eurokoodi**

Eurokoodi-standardit ja niiden kansalliset liitteet ohjaavat rakenteiden suunnittelua Suomessa. Näissä ei kuitenkaan oteta suoraan kantaa lattioiden tai laatastojen värähtelymitoituksen suorittamiseen. Eurokoodissa SFS-EN 1990 Rakenteiden suunnitteluperusteet, rakenteiden värähtelyä sivutaan lyhyesti kappaleessa A1.4.4, joka käsittelee rakennusten käyttörajatilamitoitusta. Sen mukaan rakenteiden värähtelyominaisuuksien täytyy käyttöolosuhteissa täyttää käyttäjän mukavuuskriteeri sekä rakenteen ja rakenneosien toimivuus. Muut värähtelyn käyttörajatilamitoitukseen liittyvät seikat ohjeistetaan ottamaan huomioon hankekohtaisesti tai sopimaan niistä tilaajan kanssa. Lisäksi kyseisessä ohjeessa kehoitetaan pitämään rakennuksen ominaistajuus tietyn, rakennuksen toiminnasta ja värähtelylähteestä riippuvan arvon yläpuolella, jotta käyttörajatila ei ylittyisi. Mikäli ominaistajuus jää hyväksyttävän arvon alapuolelle, tulee suorittaa tarkempi rakenteen dynaamisen vasteen analyysi, jossa otetaan huomioon vaimennus. Standardissa ei määritellä tarkemmin arvoja hyväksyttävälle ominaistajuudelle, mutta siinä ohjataan katsomaan lisäohjeita standardeista EN 1991-1-1, EN 1991-1-4 sekä ISO 10137. (SFS-EN 1990, s. 96)

Standardi EN 1991-1-1 kuitenkin koskee rakenteiden kuormia, eikä siinä käsitellä värähtelyä ollenkaan, vaan kehoitetaan värähtelyille alttiiden rakenteiden kohdalla ottamaan huomioon hyötykuormien dynaamiset mallit, joiden mitoitusmenettely taas löytyy eurokoodista EN 1990 kohdasta 5.1.3. (SFS-EN 1991-1-1)

Standardi EN 1991-1-4 taas koskee pelkästään tuulen vaikutuksia, joten siitä ei ole apua laattojen värähtelyyn. (SFS-EN 1991-1-4)

#### 4.4.2 VTT

VTT on julkaissut lattioiden värähtelyä koskevan tiedotteen vuonna 2002. Se perustuu tutkimukseen, jonka tarkoituksena oli tutkia kävelystä aiheutuvien värähtelyjen suuruutta ja haitallisuutta asuin- ja toimistorakennusten välipohjille. Tutkimustuloksina esitetyt menetelmät ja raja-arvot perustuvat testeihin, joita tehtiin neljälletoista erityyppiselle lattialle. Kyseinen ohjeistus käy useille eri välipohjarakenteille ja rakennusmateriaaleille. Eurokoodien Suomen kansallisissa liitteissä kyseistä tutkimusta on käytetty pohjana puu- ja teräsrakenteiden ohjeistuksiin. Betonisille lattiarakenteille ei ole värähtelyohjeistuksia eurokoodissa eikä sen kansallisissa liitteissä. Kuitenkin edellä mainittu VTT tutkimuksessa esitetty ohjeistus värähtelyn tutkimiseen pätee yleisesti kaikille lattiamateriaaleille. (Talja ym. 2002, s. 9)

Ohjeistuksessa välipohjat jaetaan niiden ominaistuuksien perusteella matala- ja korkeataajuuksisiin. Korkeataajuuksisille välipohjille käytetään mitoituskriteerinä lattian taipumia. Esitetty menetelmä pohjautuu ruotsalaisen Ohlssonin ohjeeseen, ja se on ollut Ruotsissa käytössä jo vuodesta 1988, joten siitä on saatu runsaasti käyttökokemuksia. Kyseinen ohjeistus on käytössä myös puurakenteiden eurokoodissa (Eurocode 5). Matalataajuuksisten lattioiden mitoitusmenetelmä taas perustuu kanadalaisten Allenin ja Murrayn tutkimuksiin, joiden pohjalta on laadittu AISC:n (American Institute of Steel Construction) suunnitteluohje ihmisen toiminnasta johtuvien lattian värähtelyjen arvioimiseksi. (Talja ym. 1996, s. 49)

Tutkimustuloksena saatujen raja-arvojen perusteella välipohjat jaettiin viiteen eri värähtelyluokkaan. Suunnittelussa käytettävä värähtelyluokka määritellään sallittavan häiriön suuruudesta. (Talja ym. 2002, s. 3)

VTT julkaisussa esitetyillä menetelmillä saadaan tutkittua asuin- ja toimistorakennusten välipohjiin kävelystä aiheutuvien värähtelyjen suuruutta ja haitallisuutta. Huomionarvoista on, että menetelmän käyttöalue on kuitenkin rajattu vain edellä mainittuihin kohteisiin, eikä sitä voida soveltaa muille kuin kävelystä aiheutuvalle värähtelylle. Esimerkiksi liikuntatiloissa värähtelyn aiheuttaa suurempi heräte kuin asuin- ja toimistotiloissa, mutta vaatimustaso on pienempi, sillä itsekkin liikkeessä olevat ihmiset aistivat värähtelyn heikommin kuin paikallaan olevat henkilöt. (Talja ym. 2002, s. 9)



#### 4.4.3 AISC

American Institute of steel construction (AISC) on julkaissut lattioiden värähtelyä koskevan oppaan ensimmäisen kerran vuonna 1997, jolloin se kulki nimellä Floor Vibrations Due to Human Activity. Oppaasta julkaistiin toinen painos 2016, joka on nimeltään Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity. Kyseinen suunnitteluohje perustuu sen kirjoittajien Murrayn ja Allenin tutkimuksiin.

AISC:n suunnitteluohje on suunnattu teräsrunkoisille lattioille, mutta sitä voidaan soveltaa myös muunlaisille lattiarakenteille. Ohjeessa käytetään mm. kävelystä, rytmisestä liikunnasta, tanssista sekä yleisötapahetusta (esim. konsertti) johtuvia herätteitä. AISC ohjeessa esitettyä mitoitusmenettelyä ei ole rajattu vain tiettytyyppisten rakennusten välipohjille, toisinkuin VTT:n julkaisussa. (Murray ym. 1997; Murray ym. 2016)

#### 4.4.4 The Concrete Centre

The Concrete Centre on Iso-Britannialainen järjestö, joka julkaisee suunnitteluohjeita betonirakentamiseen liittyen. Kyseinen järjestö on julkaissut rakennusten ja siltojen värähtelyä koskevan suunnitteluohjeen A Design Guide for Footfall Induced Vibration of Structures. Ohjeessa keskitytään tutkimaan ihmisen kävelystä syntyvää värähtelyä, ja siksi se keskittyykin muiden ohjeiden tavoin lattioiden ja kävelysiltojen värähtelyyn. Ohje soveltuu kaikenlaisille rakenteille, joissa syntyy kävelyherätteitä. Lisäksi se käy myös kaikista materiaaleista valmistetuille rakenteille. (Willford ja Young 2006, s. 5)

Suunnitteluohje kattaa ohjeistuksen sekä käsin laskennalla että FEM-laskennalla suoritettavaan värähtelyanalyysiin. Ohjeessa esitetyt suositukset ja mallinnustekniikat FEM-analyysia varten on esitetty myöhemmin kappaleessa 5.3.4. Ohjeessa annetaan sekä impulssivasteen että resonanssivasteen laskentaan kaksi metodia, yksityiskohtainen ja yksinkertaistettu. (Willford ja Young 2006, s. 5)

## 5 JÄLKIÄNNITETTYJEN LAATASTOJEN VÄRÄHTELYMITOITUS

Lattian värähtelymitoituksen toteutukseen on käytössä kaksi tapaa. ”Frequency Tuning Method”, eli taajuuden viritys, on metodi, jossa rakenteen ominaistajuus säädetään tarkoituksella yli resonanssille alttiiden taajuuksien. Kyseinen metodi on kuitenkin myöhemmin todettu epäluotettavaksi ja harhaanjohtavaksi, ja johtavan epätaloudellisiin rakenneratkaisuihin. Erityisesti tämä pätee pitkäjänteisillä, raskailla ja matalataajuuksisilla lattioilla, koska riittävän korkeita ominaistajuuksia on näillä lattioilla vaikea saavuttaa. Tämän vuoksi taajuuden viritysmenetelmä on korvattu nykyaikaisissa suunnitteluoppaissa rakenteen suorituskykyyn perustuvilla menetelmillä. (The Concrete Society 2005, s. 99; Aalami 2008, s. 2)

Lattioiden värähtelyalttiutta tutkittaessa käytettävän menetelmän tulisi olla helppokäyttöinen ja sopia monipuolisesti erilaisille ja eri materiaaleista valmistetuille lattioille. Lisäksi olisi hyvä, jos tutkittavan lattian dynaamiset ominaisuudet voitaisiin varmistaa esimerkiksi käsinlaskennalla, numeerisella analyysillä tai mittaamalla. (The Concrete Society 2005, s. 99)

”Response Calculation Method” on värähtelyvasteen arviointiin perustuva menetelmä. Siinä todennäköinen värähtelyvaste arvioidaan rakenteeseen kohdistuvien dynaamisten voimien vaikutuksesta. Sen laskentaan käytetään etukäteen määritettyjä herätteitä, ja laskennassa saatuja tuloksia arvioidaan ennalta määritettyjen hyväksymiskriteerien mukaisesti. (Aalami 2008, s. 2)

### 5.1 Laataston jäykkyys

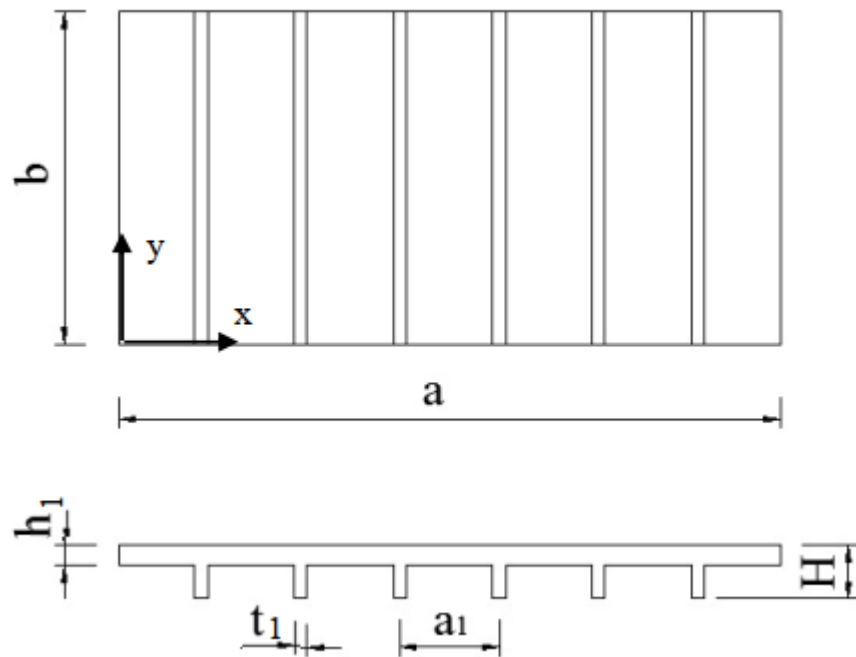
Rakenteen jäykkyys vaikuttaa oleellisesti systeemin värähtelyominaisuuksiin. Mikäli lattia on tuettu vain kahdelta vastakkaiselta sivulta, riittää jäykkyyden laskemiseksi pääsuunnan jäykkyys. Lattian ollessa tuettu kolmelta tai neljältä sivulta, täytyy molempien suuntien jäykkyydet ottaa huomioon.

Laattarakennetta, jolla on sama jäykkyys molempiin suuntiin, kutsutaan isotrooppiseksi. Tällaisia ovat esimerkiksi pilarilaatat. Todellisuudessa mikään materiaali ei ole täysin

isotrooppinen, sillä niiden mikrorakenne koostuu erikokoisista partikkeleista. Tällainen oletus voidaan kuitenkin tehdä betonirakenteille, etenkin kun tarkastellaan suuria rakenteita. Isotrooppisen laatan taivutusjäykkyys voidaan laskea kaavalla

$$D = \frac{E_c h^3}{12(1 - \nu^2)}. \quad (23)$$

Mikäli rakenteen taivutusjäykkyys eroaa sen eri suunnissa, kutsutaan sitä ortotrooppiseksi. Tällaisia ovat esimerkiksi palkkikaistoilla vahvistetut laatat (kuva 10). Ortotrooppisuus voi johtua rakenteen geometriasta, materiaalin anisotrooppisuudesta tai teknisistä ominaisuuksista. (Blevins 2016, s. 230)



Kuva 10. Palkkikaistoilla vahvistettu laatta

Palkkikaistoilla vahvistetun laatan heikomman suunnan taivutusjäykkyys voidaan laskea kaavalla

$$D_x = \frac{E_c a_1 h_1^3}{12 \left( a_1 - t_1 + t_1 \left( \frac{h_1}{H} \right)^3 \right)}. \quad (24)$$

Laattarakenteen vahvimman suunnan taivutusjäykkyys taas voidaan laskea kaavalla (Blevins 2016, s. 230)

$$D_y = \frac{E_c I_z}{a_1}. \quad (25)$$

### 5.1.1 Dynaaminen kimmokerroin

Dynaamisessa kuormituksessa betonissa voi ilmetä viskoelastista käyttäytymistä sen sisältämän veden ja geelimäisten rakenteiden vuoksi. Viskoelastisten materiaalien kimmokerroin on suurempi dynaamisessa kuormituksessa. Tämä johtuu viskoelastisten materiaalien jäykistymisestä muodonmuutosnopeuden kasvaessa. Kirjallisuudessa on esitetty dynaamisen kimmokertoimen olevan noin 10-40% suurempi kuin staattisen kimmokertoimen.

Brittistandardissa BS 8110-2 esitetään dynaamisen ja staattisen kimmokertoimen suhteeksi:  $E_c = 1.25E_{dyn} - 19 \text{ GPa}$ .

AISC:n ohjeessa taas käytetään dynaamisen kimmokertoimen arvona suoraan 1,35 kertaista arvoa staattiseen kimmokertoimeen nähden. (Murray 2016, s. 20)

### 5.1.2 Halkeilu

Halkeilu vähentää rakenteen jäykkyyttä, ja vaikuttaa näin ollen rakenteen värähtelyominaisuuksiin. Rakenteen jäykkyyden vähentyessä sen ominaistaajuus madaltuu. Useissa amerikkalaisissa suunnitteluohjeissa neuvotaan, että jälkijännitetyt rakenteet voidaan olettaa halkeilemattomiksi värähtelymitoituksessa. Kuitenkin Yhdysvaltojen ulkopuolisissa koodeissa, kuten eurokoodissa, sallitaan jälkijännitetyille betonirakenteille suurempia halkeamaleveyksiä, joten halkeilun huomioon ottaminen värähtelymitoituksessa on perusteltua. (Aalami 2008, s. 3-4)

Halkeilleen rakenteen jäykkyyden pienenemiseen vaikuttaa myös vetoterästen määrä. Suuri vetoteräsmäärä pienentää halkeilleen ja halkeilemattoman tilan jäykkyyksien erotusta. Halkeilleen rakenteen poikkileikkauksen jäyhyysmomentti koostuu halkeilemattomasta betonin osasta, sekä vetoteräksistä.

Halkeilemattomassa poikkileikkauksessa vetoterästen osuus jäyhyysmomenttiin on pieni, ja käyttämällä pelkästään betonin jäyhyysmomenttia ollaan mitoituksessa varmallalla puolella.

Tämän työn tutkimuskohteena olleessa laatastossa halkeilua ei ole otettu huomioon, sillä käytetyissä suunnitteluohjeissakaan sitä ei ole huomioitu. Etenkin käsinlaskennassa halkeilun huomioonottaminen värähtelytarkastelussa on hankalaa, sillä rakenteen jäykkyyttä tulisi pienentää kohdista, joissa halkeilua mahdollisesti tapahtuu, eli jännevälin keskiosan alapinnasta ja välitukien kohdalta laatan yläpinnasta.

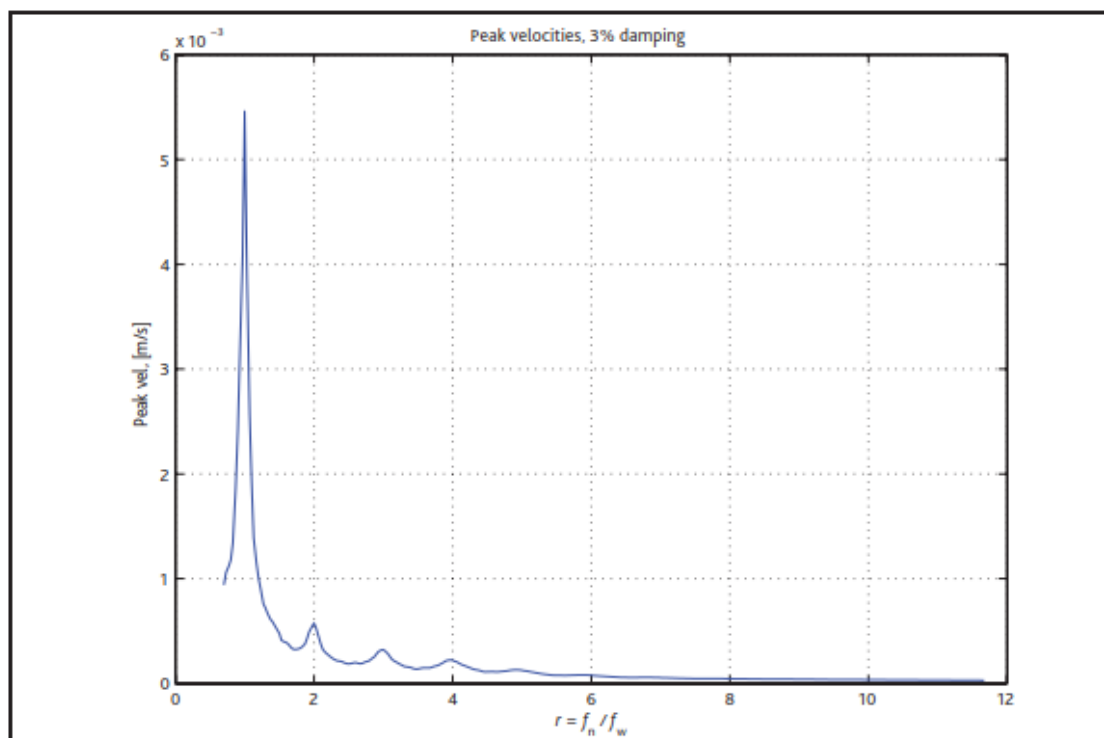
FEM-ohjelmalla halkeilu voidaan ottaa käsinlaskentaa helpommin huomioon, syöttämällä rakenteelle eri jäykkyydet sen halkeilleelle ja halkeilemattomille osille.

## 5.2 Herätteet

Rakenteisiin voi kohdistua dynaamista kuormitusta monista eri lähteistä, kuten liikenteestä, kävelystä, tuulesta tai erilaisista koneista ja laitteista. Tässä työssä keskitytään ihmisen aiheuttavaan värähtelyyn. Tällaista on esimerkiksi yhden henkilön kävely, ihmisryhmän kävely, juoksu sekä erilaiset rytmiset liikuntalajit, kuten tanssi. Ihmisen aiheuttaman dynaamisen kuormituksen suuruutta kuvataan dynaamisella kuormakertoimella. Henkilön staattinen paino kerrotaan kyseisellä kertoimella, jolloin saadaan lattiaan kohdistuva dynaaminen voima. Esimerkiksi kävelyssä lattiaan kohdistuvaa henkilön painoa pienennetään kyseistä kerrointa käyttäen, kun taas juoksussa ja tanssissa sitä jopa suurennetaan ensimmäisen harmonisen komponentin kohdalla. Dynaamiselle kuormakertoimelle annetut arvot ja laskukaavat vaihtelevat hieman eri ohjeesta riippuen.

Kappaleessa 2.4 käsiteltiin resonanssia ja esiteltiin suhdeluku  $r$ , joka ilmaisi rakenteen taajuuden ja herätteen taajuuden välisen suhteen. Alla olevassa kuvaajassa on näytetty

kuinka paljon suuremmin lattia reagoi resonanssivasteeseen, kun  $r$  on kokonaisluku, eli kun heräte tai jokin sen harmonisista komponenteista osuu lattian ominaistaajuudelle. (Willford ja Young 2006, s. 9)



Kuva 11. Suhdeluvun  $r$  vaikutus resonanssivasteeseen (Willford ja Young 2006, s. 10)

Kuten kuvaajasta huomaa, lattian vaste on ylivoimaisesti suurin, kun  $r = 1$ , eli kun ominaistaajuus ja herätteen taajuus ovat samat. Lisäksi nähdään ensimmäisen neljän kokonaisluvun kohdalla selkeä piikki, mutta tämän jälkeen vaste laskee olemattomiin. Tämän vuoksi lattian värähtelysuunnittelun lähtökohtana on rajoittaa lattian ominaistaajuus niin, ettei se osu ainakaan herätteen ensimmäiselle harmoniselle komponentille. (Willford ja Young 2006, s. 11)

### 5.2.1 Askelheräte

Jokainen yksittäinen askel aiheuttaa rakenteeseen impulssimaisen kuorman. Tästä syntyy rakenteelle epäharmoninen, mutta kuitenkin jaksollinen heräte. Erilaisia herätteitä on esitelty tarkemmin kappaleessa 2.2. Askelkuormia on tutkittu ja mitattu paljon, ja pääsääntöisesti suunnitteluohjeissa määritellään askelkuormituksen herätetaajuudeksi 1,0-2,8 Hz. Askeltaajuudella ja sen muutamalla ensimmäisellä harmonisella

komponentilla on suurin merkitys rakenteen värähtelyn kannalta. Neljännen harmonisen komponentin jälkeen askelkuormituksen merkitys vähenee merkityksettömäksi, kuten yllä todettiin. (Willford ja Young 2006, s. 6)

Mikäli rakenteen vaimennus olisi hyvin pieni, voisi askelheräte teoriassa aiheuttaa resonanssia jopa viidennellä tai kuudennella harmonisella komponentilla. Tämän mahdollisuus on kuitenkin lähes olematon, sillä askeleet ovat harvoin täysin identtiset, ja tämä vähentää niiden voimakkuutta. (Willford ja Young 2006, s. 12)

Kävelyherätteen dynaaminen kuormakertoimelle on annettu eri lähteissä arvoja. AISC:n ohjeessa on annettu kertoimen laskentaan seuraava kaava

$$\alpha = 0.83e^{-0.35f_n}. \quad (26)$$

Lisäksi lähteessä on annettu taulukkoarvot kävelyn neljälle ensimmäiselle harmoniselle komponentille (taulukko 1). (Murray 2016, s. 14)

Taulukko 1. Kävelyherätteen taajuudet ja dynaamiset kuormakertoimet AISC: n mukaan. (Murray 2016, s. 13)

<b>Harmoninen komponentti</b>	<b>Herätetaajuus <math>f_{\text{step}}</math> (Hz)</b>	<b>Dynaaminen kuormakerroin, <math>\alpha</math></b>
1	1.6-2.2	0.5
2	3.2-4.4	0.2
3	4.8-6.6	0.1
4	6.4-8.8	0.05

The Concrete Centren ohjeessa dynaaminen kuormakerroin taas lasketaan taulukon 2 mukaisesti.

Taulukko 2. Kävelyherätteen taajuudet ja dynaamiset kuormakertoimet, The Concrete Centren mukaan. (Willford ja Young 2006, s. 25)

Harmoninen komponentti, h	Herätetaajuus $f_{\text{step}}$ (Hz)	Dynaaminen kuormakerroin, $\alpha$
1	1-2.8	$0.41(f-0.95), > 0.56$
2	2-5.6	$0.069+0.0056f$
3	3-8.4	$0.033+0.0064f$
4	4-11.2	$0.013+0.0065f$
$h > 4$	$>11.2$	0

Kävelyherätteen ensimmäisistä harmonisista komponenteista voidaan muodostaa Fourier-sarjan avulla kävelijän aiheuttama askelkuorma ajan funktiona.

$$F(t) = Q + \sum_{i=1}^N \alpha_i Q \sin(2\pi f_w t - \phi_i), \quad (27)$$

missä

- Q on kävelijän paino
- $f_w$  on askeltaajuus
- i on harmonisen komponentin numero
- t on aika
- $\alpha_i$  on dynaaminen kuormakerroin
- $\phi_i$  on harmonisen komponentin vaihekulma

Kaavan ensimmäinen termi kuvaa staattista voimaa joka kävelijästä kohdistuu lattiaan. Kuormakerroin  $\alpha_i$  on yksittäisen harmonisen komponentin painotuskerroin. Kyseiset kertoimet on määritetty kokeellisesti, ja mitä suurempi on harmonisen komponentin



järjestysnumero, sitä pienempi on sen vaikutus kokonaisherätykseen. Neljännen komponentin jälkeen vaikutus on jo merkityksetön. (Murray 2016, s. 13)

AISC:n suunnitteluohjeen mukaan muiden harmonisten komponenttien merkitys askelherätyksessä on kuitenkin häviävän pieni verrattuna resonanssia aiheuttavaan komponenttiin, jolloin niitä ei ole tarpeen ottaa mukaan laskentaan. Tällöin edellä esitetty kaava voitaisiin supistaa muotoon

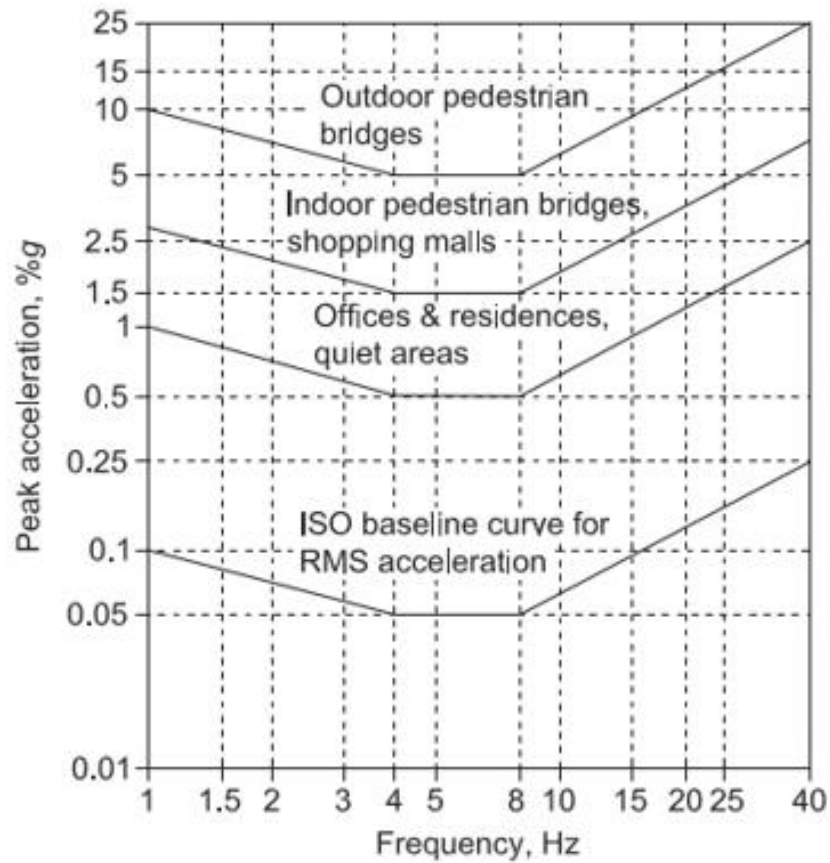
$$F(t) = \alpha_h Q \sin(2\pi h f_w t), \quad (28)$$

jossa  $h$  on harmonisen komponentin järjestysnumero. Koska vain yhtä termiä käytetään, vaihekulmaa ei tarvita. Myös lattiaan kohdistuva staattinen voima on jätetty yksinkertaistuksesta pois. (Murray 2016, s. 13)

Mikäli tutkitaan vain paikallaan syntyvän askelherätyksen aiheuttamaa vastetta, voidaan yhtälöstä jättää sen aikariippuvuus pois, jolloin se supistuu yksinkertaiseen muotoon

$$F = \alpha Q. \quad (29)$$

Kuvassa 12 on esitetty AISC:n ohjeen mukaiset raja-arvot kävelystä syntyvälle värähtelylle erilaisissa rakennuksissa. (Murray 2016, s. 13)



Kuva 12. Kävelyherätteestä syntyvien värähtelyjen raja-arvot erilaisissa rakennuksissa (Murray 2016, s. 12)

VTT:n ohjeessa on jaettu kävelyn aiheuttama värähtely sen voimakkuuden perusteella eri värähtelyluokkiin. Luokituksessa arvioidaan ihmisen havaitsemaa värähtelyä, sekä värähtelyn vaikutuksia esineisiin. Värähtelyluokkien kuvaukset on esitetty alla olevassa taulukossa. (Talja ym. 2002, s. 16)

Taulukko 3. VTT:n mukainen värähtelyluokitus (Talja ym. 2002, s. 16)

<b>Värähtelyiden aistittavuus kehon tuntemuksen perusteella</b>	<b>Värähtelyiden aistittavuus esineisiin syntyvän värähtelyn perusteella</b>
A Värähtely ei ole yleensä havaittavissa	1 Astioiden kilinää ja kasvin lehtien heilumista ei yleensä esiinny
B Värähtely on juuri havaittavaa	2 Astioiden kilinää ei yleensä esiinny ja kasvin lehtien heiluminen on juuri havaittavaa
C Värähtely on havaittavaa	3 Astioiden kilinä on juuri havaittavaa. Kasvin lehtien heiluminen on havaittavaa
D Värähtely on selvästi havaittavaa	4 Astioiden kilinä ja kasvin lehtien heiluminen on selvästi havaittavaa
E Värähtely on voimakasta	5 Astioiden kilinä ja kasvin lehtien heiluminen on voimakasta

Taulukossa 4 on esitetty VTT:n mukaiset raja-arvot matala- ja korkeataajuuslattioille, sekä kaikkia lattioita koskeva kallistumaehto.

Taulukko 4. VTT:n mukaiset raja-arvot kävelyherätteelle. (Talja ym. 2002, s. 19)

Matalataajuuksiset lattiat		Korkeataajuuksiset lattiat, korotuslattiat ja kelluvat lattiat		Kaikki lattiat	
Kiihtyvyysehto		Taipumaehto		Kallistumaehto	
Luokka	$3 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 10 \text{ Hz}$	Luokka	$f_0 > 10 \text{ Hz}$	Luokka	
A	$a \leq 0,03 \text{ m/s}^2$	A	$\delta \leq 0,12 \text{ mm}$	1	$\phi \leq 0,2\text{mm}/1,2 \text{ m}$
B	$a \leq 0,05 \text{ m/s}^2$	B	$\delta \leq 0,25 \text{ mm}$	2	$\phi \leq 0,4\text{mm}/1,2 \text{ m}$
C	$a \leq 0,075 \text{ m/s}^2$	C	$\delta \leq 0,5 \text{ mm}$	3	$\phi \leq 0,8\text{mm}/1,2 \text{ m}$
D	$a \leq 0,12 \text{ m/s}^2$	D	$\delta \leq 1,0 \text{ mm}$	4	$\phi \leq 1,6\text{mm}/1,2 \text{ m}$
E	$a > 0,12 \text{ m/s}^2$	E	$\delta > 1,0 \text{ m/s}^2$	5	$\phi > 1,6\text{mm}/1,2 \text{ m}$

### 5.2.2 Juoksuheräte

Kuten aiemmin on todettu, kävelyherätteitä ja kävelyn aiheuttamaa vastetta rakenteille on tutkittu paljon enemmän kuin esimerkiksi juoksusta tai rytmisestä liikunnasta aiheutuvia värähtelyjä. Tämän vuoksi muille kuin kävelyherätteille on kirjallisuudesta vaikea löytää lattioille kohdistuvia suosituksia tai raja-arvoja. (Murray 2016, s. 17)

AISC:n ohjeessa suositellaan juoksemisesta syntyvälle värähtelylle käytettävän samaa raja-arvokäyrää kuin kävelyllekin (kuva 12). Samaisessa ohjeessa annetaan juoksulle herätetaajuudet ja dynaamiset kertoimet. Ensimmäisen harmonisen komponentin dynaaminen kuormakerroin on jopa noin 1,4-1,6, ja ensimmäisen herätetaajuuden vaihteluväli 1,6-4 Hz. Lattioiden, joiden alin ominaistaajuus osuu tälle alueelle, täytyy olla erittäin massiivisia, jotta niiden kiihtyvyydet eivät kasva liian suuriksi. Yleisesti onkin suositeltavaa, että rakenteet, joilla esiintyy juoksuherätteitä, suunniteltaisiin ominaistaajuuksiltaan yli 4 Hz. Juoksuherätteen alimman ominaistaajuuden ollessa 4 Hz, voi sen neljäs harmoninen komponentti aiheuttaa resonanssia jopa taajuudella 16 Hz. (Murray 2016, s. 17)

AISC:n ohjeessa on annettu myös juoksuherätteelle dynaamisia kuormakertoimia, ja lisäksi kertoimen laskentaan on annettu seuraava kaava

$$\alpha = 1.13e^{-0.173f_n}. \quad (30)$$

Taulukko 5. Juoksuherätteen taajuudet ja dynaamiset kuormakertoimet AISC: n mukaan. (Murray 2016, s. 17)

<b>Harmoninen komponentti</b>	<b>Herätetaajuus, <math>f_{\text{step}}</math> (Hz)</b>	<b>Dynaaminen kuormakerroin, <math>\alpha</math></b>
1	1.6-4	1.4
2	4-8	0.4
3	8-12	0.2
4	12-16	0.1

### 5.2.3 Rytminen liikunta

Ihmisen rytmisen toiminnan aiheuttamat värähtelyongelmat ovat lisänneet tarvetta kyseisestä toiminnasta johtuvan värähtelyn raja-arvojen ja suunnittelukriteereiden löytämiselle. Rytminen heräte eroaa esimerkiksi kävelyherätteestä niin, että se on yleensä useamman ihmisen tai ihmisryhmän aiheuttamaa, ja heräte voi vaikuttaa samalla taajuudella ja samassa kohdassa pitkiäkin aikoja. Tämä voi saada lattian resonoimaan, toisinkuin kävelyherätteessä, jossa kuormitus on ohimenevää, ja jonka ei tämän vuoksi katsota ehtivän saada lattiaa resonanssitilaan.

Värähtelyä aiheuttavia ihmisestä johtuvia rytmisiä toimintoja ovat esimerkiksi aerobic, tanssi sekä väkijoukon liike (esimerkiksi konsertti tai muu yleisötapahetki). Näistä Aerobic on todennäköisesti suurin värähtelyongelmia aiheuttava kuormitus, sillä siinä toistuu hyvin voimakkaat rytmiset liikkeet usean ihmisen tekemänä samaan aikaan.

Lisäksi aerobic salit voivat sijaita oikeastaan millaisissa rakennuksissa vain, ja niiden välittömässä läheisyydessä voi sijaita asuin- tai toimistotiloja, tai esimerkiksi koulussa luokkatiloja. Lisäksi tilan soveltuvuutta liikuntatilaksi ei aina ole varmistettu, mikäli käyttötarkoitus ei ole ollut tiedossa vielä suunnitteluvaiheessa. Näin voi käydä esimerkiksi kauppakeskuksessa, missä tavalliseen liiketilaan saatetaan perustaa liikunta/jumppasali.

Ensisijaisesti myös rytmisestä liikkeestä johtuva lattian värähtely on käyttörajatilaongelma. Kuitenkin, maailmalla tapahtuneiden onnettomuuksien, kuten väkijoukon liikkeestä johtuneen katsomon romahtamisen seurauksena myös murtorajatilakriteerit ovat nykyisin saatavilla. Tässä työssä keskitytään rytmisistä toiminnoista johtuvan värähtelyn tutkimisessa kuitenkin vain käyttörajatilamitoitukseen. (Murray 2016, s. 57)

AISC:n lähteessä on annettu suunnitteluohjeet myös rytmisistä aktiviteeteistä johtuville lattian värähtelyille. Kyseiset ohjeistukset perustuvat kanadalaiseen suunnitteluohjeeseen (National Building Code of Canada). Ohjeistusta voidaan käyttää aerobisesta liikunnasta, tanssista, yleisötapahtumasta sekä samantyyppisistä lähteistä syntyvään värähtelyyn, kunhan herätteen kuormitus tiedetään. Lähteessä on annettu yleisesti käytettyjä herätetaajuuksia sekä dynaamisia kertoimia kyseisille tapahtumille (taulukko 6). (Murray 2016, s. 57)

Taulukko 6. Ihmisryhmien aiheuttamia värähtelyjä. (Murray 2016, s. 58)

	Tanssi		Konsertti		Rytminen liikunta	
Harmoninen komponentti	$f_{\text{step}}$ , Hz	$\alpha$	$f_{\text{step}}$ , Hz	$\alpha$	$f_{\text{step}}$ , Hz	$\alpha$
1	1.5-2.7	0.5	1.5-2.7	0.25	2.0-2.75	1.5
2	3.0-5.4	0.05	3.0-5.4	0.05	4.0-5.5	0.6
3	-	-	-	-	6.0-8.25	0.1

Alla olevassa taulukossa on esitetty AISC:n ohjeissa annetut raja-arvot kiihtyvyyden vertailuarvolle  $a_0/g$

Taulukko 7. Rytmisestä liikkeestä johtuvien kiihtyvyyksien raja-arvot. (Murray 2016, s. 58)

Värähtelyn kokijat	Kiihtyvyyden raja-arvo, $a_0$ , %g
Työntekijät/asukkaat (Toimisto- ja asuintilat)	0,5
Ruokailijat (ravintola)	1,5-2,5
Kuntosaliasiakkaat	1,5-2,5
Rytmiseen liikuntaan osallistuvat	4-7

Kuten taulukosta 7 nähdään, kiihtyvyyksille sallitaan huomattavasti suurempia arvoja, kun värähtelyn kokija on paikassa, jossa ollaan itsekkin liikkeessä. Rauhallisissa tiloissa, kuten asunto- ja toimistotiloissa taas kiihtyvyyksirajat ovat huomattavasti pienemmät.

Kuten kappaleessa 4.4.3 todettiin AISC:n ohje on alun perin julkaistu vuonna 1997, ja sen päivitetty versio vuonna 2016. Etenkin rytmisen liikunnan osalta ohjeiden välillä on eroavaisuuksia. Aiemmin julkaistussa ohjeessa rajoitettiin lattian taajuutta, ja vasteen laskenta oli pienemmässä roolissa. Ohjeessa annettiin rytmisille herätteille alttiille lattioille selkeät taajuusrajat, joiden ylittäväksi lattia täytyi suunnitella. Kyseinen mitoitustyyli noudattaa tässäkin työssä aiemmin kuvailtua taajuuden viritysmetodia, jossa lattia suunnitellaan lähtökohtaisesti ylittämään resonanssille alttiit taajuudet. Kuten aiemmin todettiin, nykysuuntaus värähtelymitoituksessa on arvioida herätteen aiheuttama vaste rakenteelle, jolloin saadaan realistisemmat tulokset rakenteen värähtelystä. Näin voidaan saada resonanssille alttiin taajuuden omaava lattia toimimaan värähtelyä vastaan.

Huomionarvoista on, että VTT:n ohje matalataajuuksisten lattioiden värähtelyille perustuu AISC:n vanhempaan ohjeeseen. VTT:n värähtelyohjeistukset on suunnattu vain kävelyherätteille, ja tämä mitoitus on pysynyt AISC:n uudemmassa ja vanhemmassa ohjeessa muuttumattomana. VTT:n teräsrunkoisille välipohjille suunnattu värähtelyohje on julkaistu 1996 ja siinä mainitaan rytmiselle liikunnalle alttiiden lattioiden taajuusrajoitukseksi 5 Hz, sillä tämä estää lattian resonoimisen kahden alimman tanssista tai rytmisestä liikunnasta syntyvän herätetaajuuden kanssa. Kyseinen rajoitus tulee vanhemmasta AISC:n ohjeesta, eikä sitä mainita enää uudemmassa ohjeessa.

### 5.3 Ominaistaajuuksien laskenta

Rakenteiden dynaamisen käyttäytymisen selvittäminen alkaa rakenteen alimpien ominaistaajuuksien ratkaisemisesta. Toisinaan värähtelyn haitallisuuden arvioimiseen riittää pelkkä systeemin alimman ominaistaajuuden selvittäminen. Ominaistaajuudet voidaan selvittää joko käsin laskemalla likiratkaisumenetelmillä tai laskentaohjelmistolla. Laskentaohjelmistolla suoritettavaa ominaistaajuuksien laskentaa kutsutaan moodianalyysiksi, sillä siinä selvitetään systeemin ominaismuotoja eli moodeja, ja tätä kautta saadaan selville myös systeemin ominaistaajuudet.



### 5.3.1 VTT/AISC

VTT:n ohje ominaistajuuksien laskentaan perustuu AISC:n ohjeeseen, ja on siksi hyvin samankaltainen.

VTT ohjeessa annetaan neljältä sivulta tuetun yksinkertaisen suorakaiteen muotoisen lattian alimman ominaistajuuden laskentaan kaava:

$$f_n = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{(EI)_l}{m}} \cdot \sqrt{1 + \left[ 2 \left( \frac{l}{b} \right)^2 + \left( \frac{l}{b} \right)^4 \right] \frac{(EI)_b}{(EI)_l}}, \quad (31)$$

missä

$l$	on lattian pituus [m],
$b$	on lattian leveys [m],
$(EI)_l$	on lattian suurempi jäykkyys (pituussuuntaa $l$ vastaava) [Nm <sup>2</sup> /m],
$(EI)_b$	on lattian pienempi jäykkyys (leveyssuuntaa $b$ vastaava) [Nm <sup>2</sup> /m],
$m$	on välipohjan massa lattian pinta-alayksikköä kohden [kg/m <sup>2</sup> ],

Lattian massa sisällytetään 30 kg/m<sup>2</sup> hyötykuormaa. (Talja ym. 2002, s. 21)

Mikäli lattiapalkkien suuntaisella reunan tuennalla ei ole merkitystä ominaistajuuteen, voidaan lauseke supistaa muotoon

$$f_n = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{(EI)_l}{m}}. \quad (32)$$

AISC:n ohjeessa annetaan päistään niveleellisesti tuetun palkin tai laatan ominaistajuuden laskentaan kaava

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left( \frac{gEI}{wl^4} \right)^{1/2}, \quad (33)$$

missä  $w$  on lattian paino pituusyksikköä kohden [N/m]. Kyseinen kaava on käytännössä sama kuin VTT ohjeessa annettu kaava. (Murray 2016, s. 19)

AISC:n ohjeessa ei käsitellä muunlaisia tuentatapauksia laatoille, eikä ominaistaajuuden laskentakaava huomioi sitä onko laatta isotrooppinen vai ortotrooppinen.

### 5.3.2 The Concrete Centre

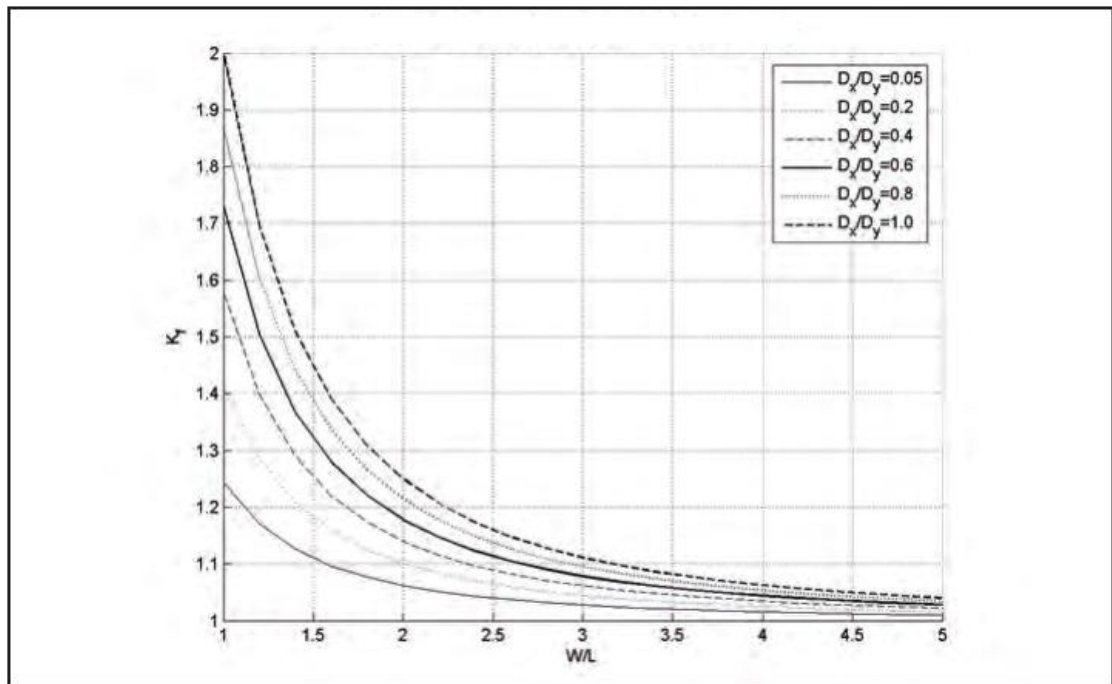
The Concrete Centren peruskaava ominaistaajuuksien laskentaa varten on sama kuin AISC:n ja VTT:n ohjeessa.

$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{D_y}{mL^4}}, \quad (34)$$

missä  $D_y$  on pääsuunnan jäykkyys. Lisäksi ohjeessa esitetään kertoimet, joilla saadaan otettua eri suuntien jäykkyydet, laataston sivumittojen suhde sekä viereisten laatastojen jäykkyyksien vaikutus huomioon.

$$f_1 = K_f f_0, \quad (35)$$

jossa kerroin  $K_f$  ottaa huomioon laatan eri suuntien jäykkyyksien suhteen, sekä laatan pituuden ja leveyden suhteen. (Willford ja Young 2006, s. 36)



Kuva 13. Kertoimen  $K_f$  arvot (Willford ja Young 2006, s. 36)

Ohjeessa annetaan lisäksi kertoimet, joiden avulla saadaan arvioitua viereisten laattakenttien vaikutusta laatan ominaistaajuuteen.

### 5.3.3 Blevins

Robert D. Blevins on koonnut vuonna 2016 ilmestyneeseen teokseensa ”Formulas for Dynamics, Acoustics and Vibration” laajalti dynamiikkaan liittyviä kaavoja. Teoksessa esitetyllä laskentatavalla saadaan otettua huomioon jokaisen sivun tuenta ominaistaajuuksia laskettaessa. Esimerkiksi isotrooppisen laatan ominaistaajuuden laskentaan käytetään kaavaa

$$f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)}}, i = 1,2,3, \dots, j = 1,2,3 \dots \quad (36)$$

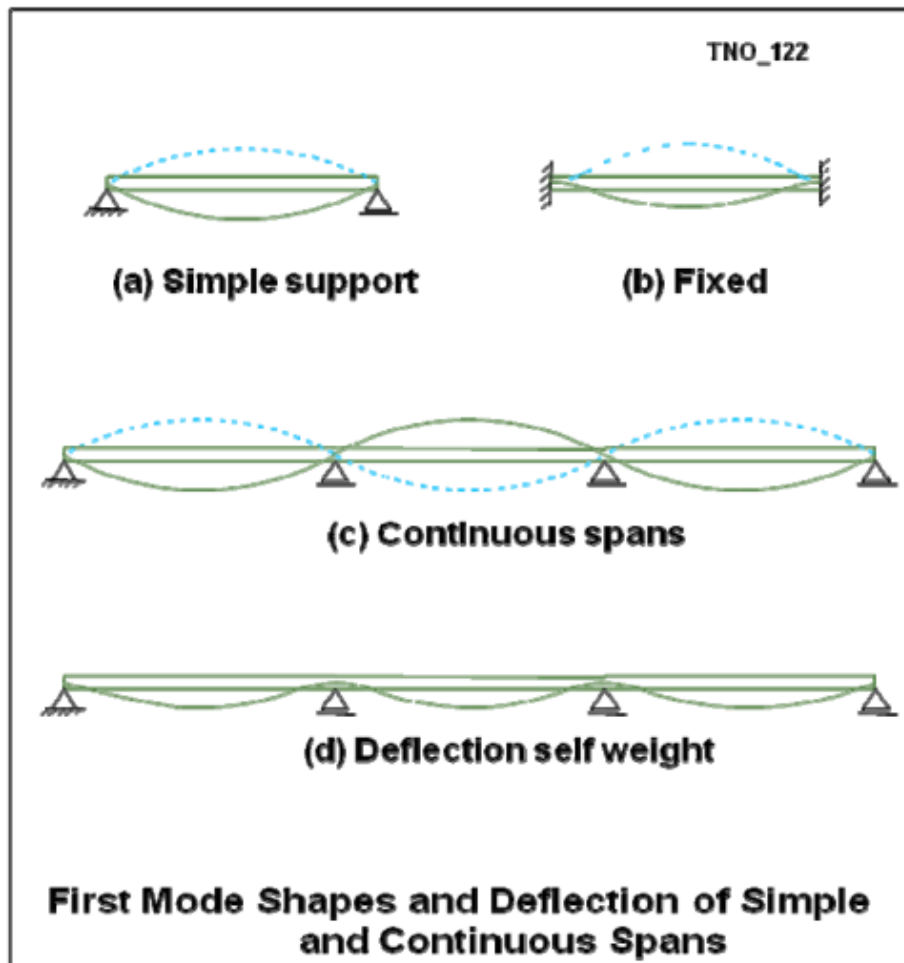
jossa dimensioton parametri  $\lambda_{ij}$  on yhtälö, joka kuvaa reunaehtoja, laatan geometriaa sekä Poissonin vakiota. Termit  $i$  ja  $j$  kuvaavat laattarakenteen sinimuotoisten puolialtojen lukumäärää laatan sivujen suunnissa. (Blevins 2015, s. 217)

Kirjassa on taulukoitu nelisivuisen laatan kaikki mahdolliset tuentatapaukset (vapaa reuna, niveltuettu, jäykästi tuettu), sekä näiden yhdistelmät. Myös pistetuetuille, epätasapaksuisille sekä aukollisille laatoille on esitetty taulukkotapaukset. Kyseisillä kaavoilla saadaan laskettua paljon monipuolisemmin ominaistaajuuksia eri tavoin tuetuille laatoille. Lisäksi kaavat käyvät muidenkin kuin vain alimman ominaistaajuuden laskemiseen.

#### **5.3.4 Moodianalyysi/FEM laskenta**

Moodianalyysi on laskentaohjelmistolla suoritettava värähtelyanalyysi, jonka avulla saadaan selvitettyä rakenteen ominaismuodot ja -taajuuudet. Laskentaohjelmisto ratkaisee ominaisarvotehtävän, ja käyttää elementtimenetelmää ongelman ratkaisemiseen. Usein halutaan tietää vain muutama alin ominaistaajuus. Tällöin laskentaohjelmistolla laskettaessa voidaan käyttää suhteellisen harvaa elementtiverkkoa, jolloin myös laskentamallin koko ei kasva kovin suureksi. Mikäli laskettavalla rakenneosalla on pieni jäykkyys, täytyy sen geometriaa mallintaa mahdollisimman tarkasti, jotta laskentatulokset saadaan vastaamaan todellisuutta. Lisäksi suuret pistemäiset massat täytyy sijoittaa tarkasti oikeille paikoilleen.

Jatkuvien palkkien analyysissä on hyvä huomioida ero rakenteen taipumamuodon ja värähtelymuodon välillä, ks. kuva 14. Jos tarkastellaan jatkuvan rakenteen keskimmäistä aukkoa, tiedetään sen taipumamuodon (d) vastaavan jäykästi tuetun yksiaukkoisen palkin taipumamuotoa (b). Samaisen keskiaukon värähtelymuoto (c) taas vastaa niveltuetun yksiaukkoisen rakenteen taipumaa. Jatkuvan palkin värähtelymuoto siis poikkeaa sen taipumamuodosta. Jatkuvia laattarakenteita tutkittaessa ollaan yleensä kiinnostuneita siitä rakenteen kohdasta, jossa värähtely on pahimmillaan. Mikäli laattarakenne yksinkertaistetaan yksiaukkoiseksi, kannattaa tuen kohdalle siis asettaa niveltuet. (Aalami 2008, s.6)



Kuva 14. Rakenteen taipuma- ja värähtelymuodot (Aalami 2008, s. 6)

Seuraavassa on esitetty The Concrete Centren ohjeistus laattojen ja palkkien FEM-laskentaa varten.

1. Laatat kannattaa mallintaa 2D elementteinä, eli levy- tai kuorielementteinä.
2. Laatan alapuoliset betoni- ja teräspalkit kannattaa mallintaa itsenäisinä osinaan, niin että niillä on itsenäiset poikkileikkausarvonsa, ja ne ovat mallinnettu erillään laatan keskiviivasta. Laattojen tapauksessa 2D-kuorielementeillä tulisi olla kalvojäykkyuden lisäksi taivutusjäykkyyttä. Lisäksi palkkien ja kuorien reunoissa tulisi sallia sivuttaisliike, jotta laatta ei saa epärealistista lisäjäykkyyttä.
3. Vaihtoehtoisesti palkit voi mallintaa yhtäpitäviksi kuorien kanssa, ja vähentää niiden yhteisestä jäykkyydestä laatan jäykkyys.
4. Eri laskentaohjelmat käyttävät erilaisia kaavoja kuorielementtien laskemiseen. Tämän vuoksi on hyvä tarkistaa verkon tiheyden vaikutus simuloimalla

tavanomaisia analyyttisiä tuloksia. Suositeltavana verkon tiheytenä on käyttää vähintään kahdeksan elementtiä laatan pituussuunnassa, ja kolmea-neljää elementtiä laatan lyhyemmällä sivulla. Jokaisessa korkeimman ominaistajuuden puolikkaassa siniaallossa, tulisi olla vähintään neljä elementtiä. Mikäli on epävarmuutta verkon tiheyden riittävydestä, kannattaa jakaa se kahdella ja suorittaa laskenta uudestaan. Mikäli tulokset ovat hyvin samankaltaisia, alkuperäinen verkon koko on riittävä.

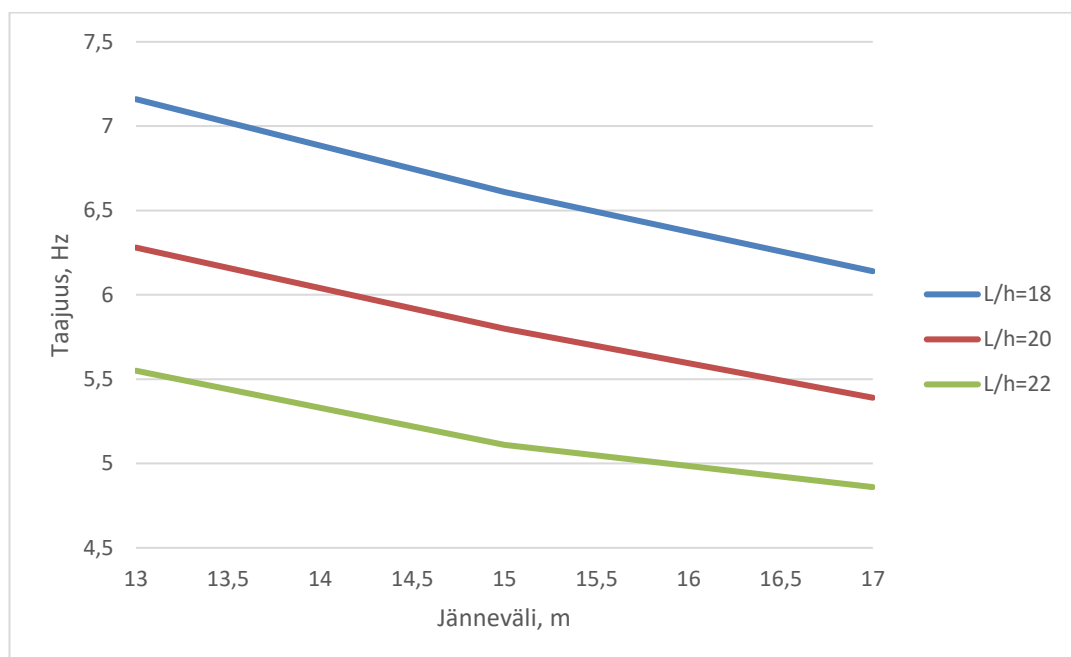
5. Kaikki pysyvät kuormat tulisi ottaa mukaan laskentaan, jotta tuloksista saataisiin mahdollisimman realistisia. Usein on mahdollista lisätä ei-rakenteelliset massat suoraan elementtiin, ja jotkut ohjelmistot mahdollistavat staattisen kuormituksen muuntamisen ylimääräiseksi massaksi. Mikäli kumpikaan edellämainituista vaihtoehtoista ei ole toteutettavissa, voidaan myös laskettavan rakenteen materiaalin tiheyttä muuttaa. Massan yliarvioiminen voi johtaa ei-konservatiivisiin tuloksiin kävelyvasteen laskennassa. Usein dynaamiseen laskentaan sisällytetään 10 % hyötykuormasta, mutta tämä tulee sisällyttää laskentaan vain, mikäli kuorman todella katsotaan olevan siellä. Hyvä tapa on tarkistaa mallista, että rakenteen kokonaismassa vastaa todellisuutta.
6. Mittauksilla on todettu, että esimerkiksi julkisivun aiheuttama lisäjäykkyys rakenteelle voidaan hyvin arvioida rajoittamalla laatan reunojen pystysuuntaista liikettä. Sama pätee betoniseinämiin.
7. Pilareiden jäykkyys voi lisätä lattian ominaistajuuksia, ja tämän vuoksi ne tulisi sisällyttää malliin.
8. Symmetrisiä ja antisymmetrisiä reunaehdoja voidaan käyttää mallin koon pienentämiseksi. On kuitenkin tärkeää ottaa huomioon, että mallinnettavasta rakenteesta löytyy kaikki ominaismuodot, jotka on johdettu kaikista mahdollisista reunaehdojen yhdistelmistä. Myös modaalimassat on muutettava vastaamaan symmetrisillä arvoilla laskettavaa mallia.

FEM-ohjelmistoja käytettäessä on tärkeä muistaa säätää myös dynaaminen kimmokerroin oikean suuruiseksi, sillä ohjelmistot käyttävät yleensä dynaamisessakin laskennassa staattista kimmokerrointa. (Willford ja Young 2006, s. 72)

### 5.3.5 Laataston ominaistaajuudet – Esimerkkikohde

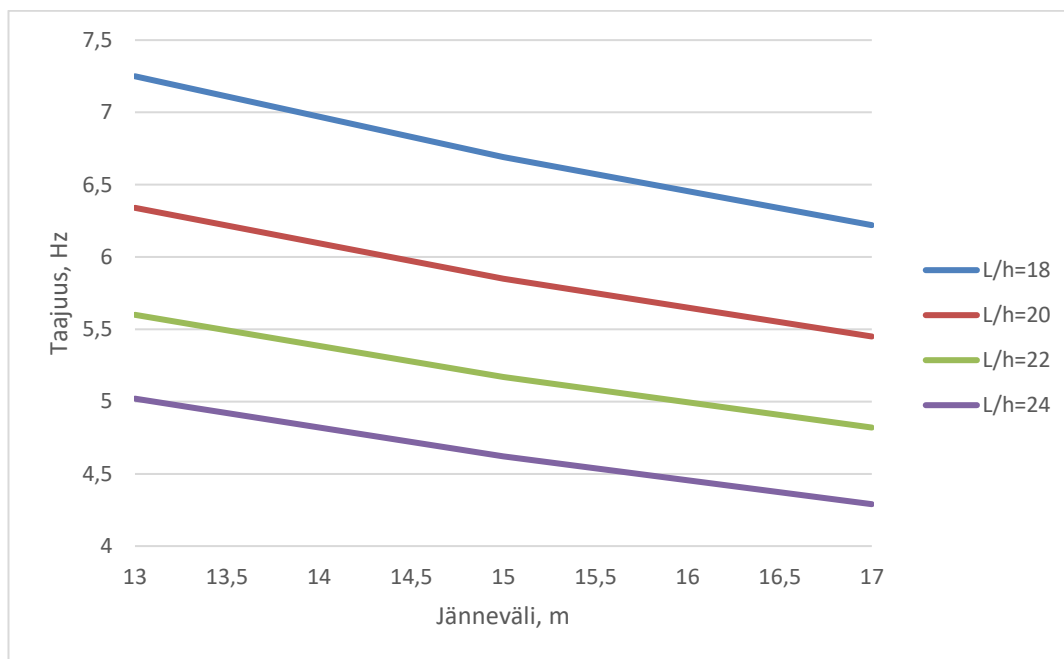
Seuraavassa osiossa tutkitaan esimerkkilaataston avulla jännevälien ja hoikkeuksien muutoksien vaikutusta ominaistaajuuksiin. Tutkittava laattakenttä oli palkkilaatta ja sitä tutkittiin sekä yksiaukkoisena että kaksiaukkoisena. Laskennassa käytettiin kolmea eri jänneväliä, 13 m, 15 m ja 17 m. Hoikkuus saadaan laskettua jakamalla jänneväli palkkikaistan palkin korkeudella. Yksiaukkoiselle laatastolle tutkittiin hoikkeuksia  $L/h = 18$ , 20 ja 22. Kaksiaukkoisella tutkittiin näiden lisäksi hoikkuutta  $L/h = 24$ , sillä useampiaukkoiset rakenteet voidaan usein toteuttaa yksiaukkoisia hoikempina, ja haluttiin tutkia mitä vaikutusta tällä on ominaistaajuuteen.

Laskenta toteutettiin RFEM-DYNAM ohjelmistolla.



Kuva 15. Yksiaukkoisen rakenteen taajuudet

Kuten kuvaajasta nähdään, laataston ominaistaajuus laskee jännevälin kasvaessa. Hoikkeuden kasvaessa ominaistaajuus laskee. Alin yksiaukkoisella rakenteella saavutettu ominaistaajuus oli 4,78 Hz, ja se saavutettiin jännevälillä 17 metriä, ja hoikkeudella  $L/h = 22$ . Suurin taajuus taas oli rakenteella, jonka jänneväli oli 13 metriä, ja hoikkuus  $L/h = 18$ .



Kuva 16. Kaksiaukkoisen rakenteen taajuudet

Kaksiaukkoisella rakenteella päästiin hyvin samankaltaisiin tuloksiin. Lisäksi tutkittiin hoikkuutta  $L/h = 24$ , mikä odotetusti tuotti vieläkin alempia ominaistajuuksia. Alin ominaistajuus saavutettiin kyseisellä hoikkuudella ja jännevälillä 17 metriä, ja se oli 4,29 Hz.

Kaikenkaikkiaan laataston ominaistajuuden muutos on melko lineaarista eri hoikkuuksien välillä. Taajuus ei kuitenkaan hoikimmallakaan rakenteella, eikä pisimmällä jännevälillä putoa alle useissa ohjeistuksissa annetun ala raja-arvon, eli 3 Hz. Taajuutensa puolesta nämä lattiat toimisivat siis värähtelyä vastaan, ja mitoituksessa voitaisiin tarkastella seuraavaksi herätteen aiheuttamia kiihtyvyyksiä.

## 5.4 Dynaamisen vasteen laskenta

Vasteanalyysillä saadaan ratkaistua herätevoiman aiheuttamat dynaamiset vasteet rakenteelle. Laskentaohjelmistolla suoritettavalla taajuusvastefunktioanalyysillä saadaan selvitettyä systeemin siirtymät, siirtymänopeudet, kiihtyvyydet ja jännitystilojen vaihtelut. Vasteanalyysi voidaan suorittaa esimerkiksi taajuusvastefunktiolla, jolloin systeemin vaste ilmaistaan esimerkiksi mielivaltaisen herätteen kulmataajuuden suhteen.



Taajuusvasteanalyysia varten tarvitaan systeemin ominaistaajuuDET ja moodimassat, jotka voidaan ratkaista joko käsin laskemalla likimenetelmällä, tai laskentaohjelmistolla moodianalyysia käyttäen.

Rakenteen suurimmat vasteet saadaan silloin, kun rakenne on kuormitettu mahdollisimman kevyesti. Tämän vuoksi rakenteiden mitoituksessa käytettyjä hyötykuormia ja pysyviä kuormia ei tulisi käyttää värähtelymitoituksessa. Sen sijaan laskenta tulisi suorittaa mahdollisimman realistisilla kuormituksilla. Esimerkiksi kauppakeskuksissa hyötykuorma voidaan laskea olevan nolla, sillä lattian värähtelyä havaitaan esiintyvän yleensä silloin kun lattia on vähiten kuormitettu.

Vasteanaalyysia koskevat ohjeistukset vaihtelevat eri lähteistä riippuen, ja tässä työssä on perehdytty jo aiemmin esiteltujen ohjeistusten (AISC, VTT ja The Concrete centre) dynaamisen vasteen laskentatapoihin.

Kappaleessa 4.2 kerrottiin tarkemmin matala- ja korkeataajuuslattioiden eroista, sekä siitä miksi niillä esiintyvä värähtely koetaan hieman eri tavoin, ja tämän vuoksi niiden vasteiden laskentamenetelmät poikkeavat hieman toisistaan. Kaikissa edellämainituissa ohjeissa matalataajuuksisten lattioiden dynaamisen vasteen laskenta perustuu lattian kiihtyvyysvasteen arviointiin. Korkeataajuuksisilla lattioilla vasteen arviointimenetelmissä on enemmän eroja eri suunnitteluohjeiden välillä. VTT:n ohje käyttää korkeataajuuksisten lattioiden vasteen arviointiin värähtelystä syntyvän taipuman laskemista. AISC:n ohje sen sijaan laskee myös korkeataajuuksisille lattioille kiihtyvyysvasteen, ja The Concrete Centre arvioi värähtelyn nopeutta. Tässä työssä ei esitellä korkeataajuuksisten lattioiden vasteiden laskentaa, sillä tutkittavat lattiat ovat oletetusti matalataajuuksisia.

#### **5.4.1 AISC**

Samoin kuin muissakin ohjeissa, myös AISC:n ohjeessa värähtelytarkastelu tehdään jakamalla lattiarakenne matala- ja korkeataajuuksiin lattioihin. Raja-arvona käytetään 9 Hz, ja mikäli lattiarakenteen alin ominaistaajuus on alle tuon rajan, lasketaan se matalataajuuksiseksi. Mikäli taas alimman ominaistaajuuden arvo ylittää kyseisen rajan, on se korkeataajuuksinen. (Murray 2016, s. 23)

Matalataajuuksisen lattian kiihtyvyysskriteerin laskentakaavat ovat käytännössä samat kuin VTT:n julkaisussa, sillä kuten aiemmin todettiin, VTT:n käyttämä kiihtyvyysskriteeri pohjautuu AISC:n ohjeeseen.

Myös AISC:n ohjeessa käytetään matalataajuuksiselle lattialle kiihtyvyysskriteeriä, ja kävelyherätteestä johtuvalle värähtelylle sen laskentakaava on muotoa

$$\frac{a_p}{g} = \frac{RQ0.83e^{-0.35f_n}}{\beta W}, \quad (37)$$

missä    Q    on herätteen paino [kg]  
           R    on pienennyskerroin, yleensä 0,5  
           W    on värähtelevän rakenteen efektiivinen paino [kg]  
            $f_n$     on värähtelevän rakenteen ominaistajuuus [Hz]  
            $\beta$     on vaimennuskerroin

Pienennyskerroin R huomioi sen, ettei lattia ehdi saavuttaa resonanssi-ilmiötä herätteen vaikutuksen aikana. Pienennyskerroimen arvona käytetään joko 0,5 tai 0,7. (Murray 2016, s. 14)

Juoksuherätteestä johtuva kiihtyvyys taas lasketaan kaavalla

$$\frac{a_p}{g} = \frac{0.79Q(e^{-0.173f_n})}{\beta W} \leq \frac{a_0}{g}. \quad (38)$$

Ihmisryhmän aiheuttama kiihtyvyys lasketaan myös AISC:n ohjeessa esitetyllä kaavalla

$$\frac{a_{p,i}}{g} = \frac{1.3\alpha_i w_p/w_t}{\sqrt{\left[\left(\frac{f_n}{if_{step}}\right)^2 - 1\right]^2 + \left(\frac{2\beta f_n}{if_{step}}\right)^2}}, \quad (39)$$

missä  $a_{p,i}/g$  on harmonisen komponentin  $i$  kiihtyvyys osuutena maan vetovoiman kiihtyvyydestä

$f_n$  on rakenteen ominaistajuus, Hz

$f_{\text{step}}$  on askeltaajuus, Hz

$i$  on harmoninen numero

$w_p$  on rytmiseen toimintaan osallistuvien tehollinen massa, kun osallistujat ovat jakautuneet koko lattian alueelle,  $N/m^2$

$w_t$  on lattian tehollinen kokonaismassa, sisältäen henkilömassat, jaettuna koko lattian alueelle,  $N/m^2$

$\alpha_i$  on harmonisen komponentin dynaaminen kuormakerroin

$\beta$  on vaimennuskerroin, rytmisen liikkeen tapauksessa yleensä 0.06

Kiihtyvyyden laskennassa käytetään kerrointa 1.3, koska ihmisryhmän liikkeessä massa ja kuormitus jakautuu tasaisesti koko värähtelevälle alueelle.

Harmonisista komponenteista koostuva kokonaiskiihtyvyys saadaan laskettua kaavalla

$$\frac{a_p}{g} = \frac{(\sum a_{p,i}^{1.5})^{1/1.5}}{g} \leq \frac{a_0}{g}. \quad (40)$$

Kappaleessa 5.2 on esitetty AISC:n ohjeesta peräisin olevat herätetaajuudet ja dynaamiset kertoimet kävely- ja juoksuherätteille (taulukot 1 ja 3), sekä esilaisista rytmisistä tapahtumista syntyville värähtelyille (taulukko 4). (Murray 2016, s. 18)

#### 5.4.2 VTT

VTT:n julkaisussa lattiat jaetaan monen muun suunnitteluohjeen tapaan matala- ja korkeataajuuksiin lattioihin. Matalataajuuksisilla lattioilla ominaistajuus jää alle 10 Hz, ja niiden omapaino on yleensä yli 300  $kg/m^2$ . Usein tällaisten lattioiden jänneväli on yli 10 m. Matalataajuuksiset lattiat ovat siis yleensä massaltaan suuria, ja niillä on pieni ominaistajuus. Ohjeistuksessa matalataajuuksisille lattioille käytetään raja-arvona sallittua kiihtyvyyssamplitudia  $a$  [ $m/s^2$ ]. Sen suuruus lasketaan samalla kaavalla kuin AISC:n ohjeessa, mutta kävelijän painoksi on määritelty  $P = 800$  N. Lisäksi pienennyskerroimen arvona käytetään  $R = 0,7$ . Vaimennussuhteena tässä tapauksessa voidaan käyttää arvoa  $\beta = 0,03$ , mutta arvoa voidaan myös pienentää, mikäli välipohjan

katsotaan sisältävän vain vähän ei- kantavia rakenteita. Pienempänä arvona voidaan käyttää muun muassa arvoa  $\beta = 0,02$ . (Talja 2002, s. 23)

Värähtelyssä mukana olevan lattian tehollisen osan paino saadaan arvioitua lausekkeesta

$$W = m \cdot b_{eff} \cdot l, \quad (41)$$

jossa

$$b_{eff} = 2,0 \cdot \left[ \frac{(EI)_b}{(EI)_l} \right]^{\frac{1}{4}} \cdot l. \quad (42)$$

$b_{eff}$  voi kuitenkin saada enintään arvon  $2/3$  lattian kokonaisleveydestä (lattiapalkkeihin nähden poikkisuuntainen leveys).

Kertoimen  $2,0$  sijasta käytetään kerrointa  $1,0$ , mikäli lattia on toiselta reunaltaan tukematon.

Mikäli lattiapalkit tukeutuvat pääkannattimiin, lasketaan tehollinen paino lausekkeesta

$$W = \frac{W_l}{1 + f_{0,l}^2/f_{0,L}^2} + \frac{W_L}{1 + f_{0,L}^2/f_{0,l}^2}, \quad (43)$$

jossa  $W_l$  saadaan ylempänä esitetyistä lausekkeista.  $W_L$  taas kuvaa pääkannattimien tehollista painoa, ja se saadaan laskettua

$$W_L = m \cdot l_{eff} \cdot L, \quad (44)$$

jossa

$$l_{eff} = 1,6 \cdot \left[ \frac{(EI)_l}{(EI)_L} \right]^{\frac{1}{4}} \cdot L, \quad (45)$$

$l_{eff}$  voi kuitenkin saada enimmillään arvon  $2/3$  lattian kokonaisleveydestä (pääkannattimiin nähden). Mikäli pääkannatin sijaitsee lattian vapaassa reunassa, lattian jäykkyyttä  $(EI)_L$  pienennetään 50 prosentilla. (Talja 2002, s. 24)

Korkeataajuuksisten lattioiden ominaistaajuus taas on yli 10 Hz, ja omapaino tavallisesti alle  $300 \text{ kg/m}^2$ . Näillä lattioilla jänneväli jää yleensä alle 10 m, ja ne ovat kevyitä. Korkeataajuuksisilla lattioilla erotetaan värähtelystä yleensä selkeästi erilliset iskumaiset kuormitukset (esimerkiksi askeleet). Korkeataajuuksisille lattioille käytetään raja-arvona 1 kN voimasta aiheutuvaa sallittua siirtymää  $\delta$  [mm]. Kiihtyvyys- ja taipumaehtoja lisäksi sekä matala- että korkeataajuuksisilta lattioilta tulee tarkistaa kallistumaehto. Kallistuma lasketaan 1 kN pistekuormasta. (Talja 2002, s. 22)

### 5.4.3 The Concrete Centre

The Concrete Centren ohjeistuksessa raja matala- ja korkeataajuuslattioiden välillä on 10 Hz. Ohjeen mukaan, lähellä kyseistä rajaa olevat ominaistaajuudet tulisi tutkia sekä korkea- että matalataajuus vasteanalyyysillä, jotta saataisiin selville kumpi menetelmä aiheuttaa mitoittavan vasteen rakenteelle. (Willford ja Young 2006, s. 22)

Kuten muissakin tässä työssä käsitellyissä ohjeissa, myös tässä matalataajuuslattioiden vastetta arvioidaan kiihtyvyysvasteen perusteella. Ohjeessa alimman ominaistaajuuden perusteella valitaan sellainen kävelytaajuus, jonka jokin neljästä harmonisesta komponentista osuu kyseiselle taajuudelle. Ohjeessa esitetään, että mitoitus tulisi tehdä jokaiselle lattian ominaistaajuudelle, joka alittaa 15 Hz rajan. Ohjeessa lasketaan lopuksi jokaisesta kävelyn harmonisesta komponentista saatujen kiihtyvyyksien perusteella kokonaisvastekerroin  $R$ , jolla arvioidaan näiden aiheuttamien värähtelyjen yhteisvaikutusta. Vastekertoimille annetaan suositusarvot, jota se ei saa ylittää eri tyyppisissä rakennuksissa.

$$f_h = hf_{step}, \quad (46)$$

missä  $h$  on harmonisen komponentin järjestysnumero.

$$F_h = \alpha P. \quad (47)$$

Vasteen laskentaa varten täytyy olla tiedossa rakenteen jokaisen moodin ominaistajuus, moodimassa sekä vaimennus. Lisäksi tarvitaan moodin muotokertoimet  $\mu_{e,m}$  ja  $\mu_{r,m}$  sekä herätteen vaikutuskohdassa, että tarkastelupisteessä.

$$a = \frac{\mu_{e,m}\mu_{r,m}F_h}{2\beta m}. \quad (48)$$

Kävelijän askelherätteellä ei kuitenkaan todennäköisesti saada lattiaa täyteen resonanssitilaan ennen kuin kävelijä on jo siirtynyt pois kyseiseltä rakenteelta. Tämä otetaan laskennassa huomioon korjauskertoimella  $\rho$

$$\rho_{h,m} = 1 - e^{-2\pi\beta N}, \quad (49)$$

$$N = 0.55h \frac{L}{l}, \quad (50)$$

missä  $h$  on herätteen harmonisen komponentin järjestysnumero,  $L$  on laatan jänneväli ja  $l$  askelpituus. Korjauskertoimen merkitys ei kuitenkaan ole lattioilla niin suuri kuin esimerkiksi kävelysilloilla, joten voidaan käyttää varmalla puolella olevaa oletusta  $\rho = 1$ .

Kiihtyvyyden laskeminen suoritetaan lopulta imaginäärisellä ja reaalilla kiihtyvyydsarvolla. Kiihtyvyydet lasketaan jokaiselle tarkasteltavalle ominaistajuudelle erikseen.

$$a_{real,h,m} = \left(\frac{f_h}{f_m}\right)^2 \frac{F_h \mu_{e,m} \mu_{r,m} \rho_{h,m}}{m_m} \frac{A_m}{A_m^2 + B_m^2}, \quad (51)$$

$$a_{imag,h,m} = \left(\frac{f_h}{f_m}\right)^2 \frac{F_h \mu_{e,m} \mu_{r,m} \rho_{h,m}}{m_m} \frac{B_m}{A_m^2 + B_m^2}, \quad (52)$$

missä

$$A_m = 1 - \left( \frac{f_h}{f_m} \right)^2, \quad (53)$$

$$B_m = 2\xi \frac{f_h}{f_m}. \quad (54)$$

Laskenta toistetaan jokaiselle herätteen harmoniselle komponentille. Tämän jälkeen saadut kiihtyvyydsarvot summataan yhteen, ja näistä lasketaan lopullinen kiihtyvyydsarvo kyseiselle herätetaajuudelle.

$$a_{real,h} = \sum_m a_{real,h,m}, \quad (55)$$

$$a_{imag,h} = \sum_m a_{imag,h,m}, \quad (56)$$

$$|a_h| = \sqrt{a_{real,h}^2 + a_{imag,h}^2}. \quad (57)$$

Saadun kiihtyvyyden ja jo aiemmin esitetyn raja-arvokäyrän suhteella saadaan laskettua vastekerroin  $R_h$ .

$$\text{kun } f_h < 4 \text{ Hz}, \quad a_{R=1,h} = \frac{0,0141 \text{ m}}{\sqrt{f_h} \text{ s}^2}, \quad (58)$$

$$\text{kun } 4 \text{ Hz} < f_h < 8 \text{ Hz}, \quad a_{R=1,h} = 0,0071 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad (59)$$

$$\text{kun } f_h > 8 \text{ Hz}, \quad a_{R=1,h} = 2.82\pi f_h \times 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad (60)$$

$$R_h = |a_h| / a_{R=1,h}. \quad (61)$$

Jokaiselle herätteen neljälle harmoniselle komponentille lasketaan oma vastekertoimensa, joista saadaan lopullinen vastekerroin  $R$

$$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + R_4^2}. \quad (62)$$

Laskenta tulisi suorittaa erikseen jokaiselle askeltaajuudelle, jonka jokin moninkerta osuu rakenteen taajuudelle.

The Concrete Centren menetelmä vasteen laskennalle on huomattavasti yksityiskohtaisempi kuin AISC:n ja VTT:n menetelmät. Menetelmä on myös työlämpi, ja koska se tulee suorittaa jokaiselle kävelyherätteen neljälle ensimmäiselle harmoniselle komponentille, sekä jokaiselle lattian alle 15 Hz ominaistajuudelle, on se lisäksi myös varsin aikaavievä. (Willford ja Young 2006, s. 28-29)

Korkeataajuuslattioille ohjeessa käytetään askelherätteen lattiaan impulssista syntyvän nopeuden arvioimista.

#### 5.4.4 Dynaamisen vasteen laskenta FEM-ohjelmistolla

Nykyisin monet laskentaohjelmistot taipuvat ominaisarvoanalyysin lisäksi myös dynaamisen vasteen laskentaan. Kuten käsinlaskennassakin, myös laskentaohjelmistoilla vasteen laskenta painottuu kävelyherähteistä syntyvien vasteiden arviointiin. Robot Autodesk ohjelmasta löytyy perusominaisuutena tässä työssäkin esitelty The Concrete Centren ja AISC:n laskentamenetelmät kävelystä aiheutuvan värähtelyvasteen laskennalle.

Vasteanalyysi voidaan Robotissa suorittaa joko self excitation tai full excitation menetelmällä. Näistä self excitation tarkoittaa sitä, että herätteen aiheuttamia kiihtyvyyksiä tarkastellaan vain siinä pisteessä mihin heräte kohdistuu. Full excitation taas laskee vasteen laatan jokaisessa solmupisteessä. Ensimmäisen vaihtoehdon laskenta-aika on huomattavasti lyhyempi, ja koska käsinlaskennassakin tarkasteltiin tilannetta, jossa heräte vaikuttaa vasteen tarkastelupisteessä, voitiin myös tässä käyttää kyseistä analyysimenetelmää.

Ohjelmaan syötetään askelherätteen ensimmäisen komponentin taajuusvaihteluväli, joka esimerkiksi The Concrete Centrellä on 1-2,8 Hz. Lisäksi syötetään vaimennus ja henkilön



paino. The Concrete Centren mukaiseen laskentaan syötetään myös askelmäärä, ja AISC:n laskentaan R-arvo, jonka merkitys on selitetty kappaleessa 5.4.1

#### **5.4.5 Yhteenveto työssä käytettävistä laskentamenetelmistä**

Tämän työn tutkimusosiossa on käytetty ominaistaajuuden laskentaan Blevinsin, AISC:n, VTT:n ja The Concrete Centren ohjeita sekä lisäksi verrattu saatuja tuloksia RFEM:llä laskettuihin.

Kiihtyvyyssvaste on laskettu sekä kävely, juoksu että aerobicherätteelle. Kävelyherätteen tapauksessa kiihtyvyys on laskettu käsin AISC:n ja The Concrete Centren ohjeilla. VTT:n ohje on jätetty pois tästä laskennasta, sillä sitä voidaan käyttää vain asuin- ja toimistorakennusten välipohjille. Lisäksi kävelyherätteen kiihtyvyyssvasteelle on laskettu vertailuarvot Robot Autodeskin ohjelmalla, johon on sisäänkirjoitettu sekä AISC:n että The Concrete Centren kiihtyvyyssvasteen laskenta.

Juoksu- ja aerobicherätteiden kiihtyvyydet on laskettu AISC:n kaavoilla, sillä muissa lähteissä ei annettu kyseisille heränteille sopivia laskentakaavoja.

## 6 TUTKIMUS

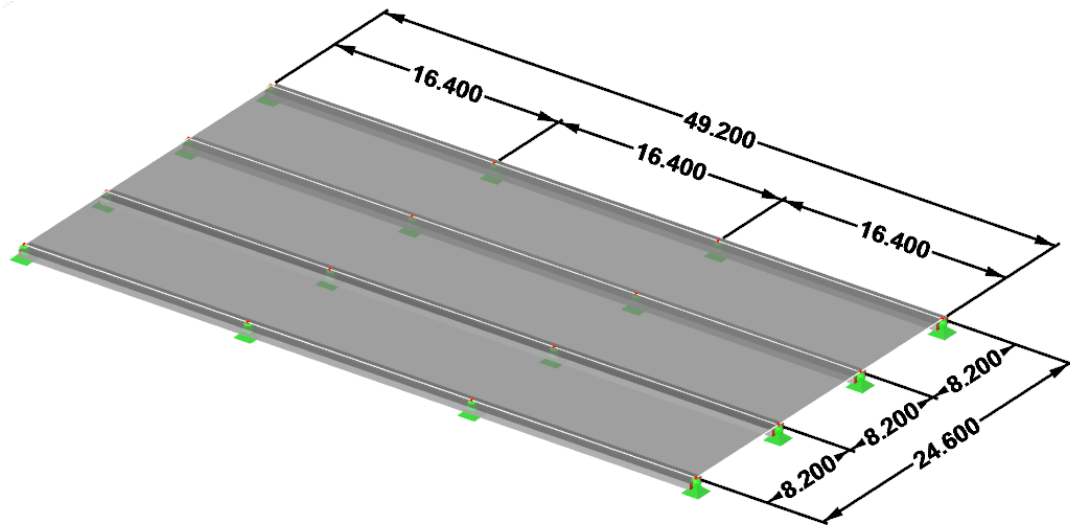
Laataston ominaistuuksille tehtiin vertailu käsinlaskumenetelmien sekä FEM-ohjelmiston välillä. Vertailussa pyrittiin löytämään tarkin likimenetelmä laataston ominaistuuksien laskentaan.

Lisäksi tutkittiin lattian vastetta kävely- juoksu- ja aerobicherätteillä. Vasteen laskennassa käytettiin tässä työssä aiemmin esiteltyjä likimenetelmiä. Lisäksi kävelyvaste laskettiin Autodesk Robot 2019 laskentaohjelmistolla, käyttäen sekä The Concrete Centren että AISC:n metodologiaa.

Kävely- ja juoksuherätteen tapauksessa lattian ajateltiin toimivan kauppakeskuksen holvina. Aerobicherätteen tapauksessa taas kohde toimi liikuntatilana.

### 6.1 Tutkittava kohde

Tutkittava rakenne on kolmiaukkoinen jälkijännitetty pilarein tuettu laattapalkkilattia. Laataston jänneväli palkkien suuntaisesti on 16,4 metriä, ja palkkiväli 8,2 metriä. Laatta on 250 mm paksu, ja palkkien poikkileikkaus on 1200 mm x 450 mm. Laataston betoniluokka on C30/37 ja betonin dynaamisena kimmokertoimena käytettiin 1,25 kertaista arvoa staattiseen kimmokertoimen nähden. Laatasto on niveltuettu vahvempaan suuntaan, ja toiseen suuntaan vapaasti tuettu.



Kuva 17. Tutkittavan kohteen rakennemalli

## 6.2 Ominaistaajuudet

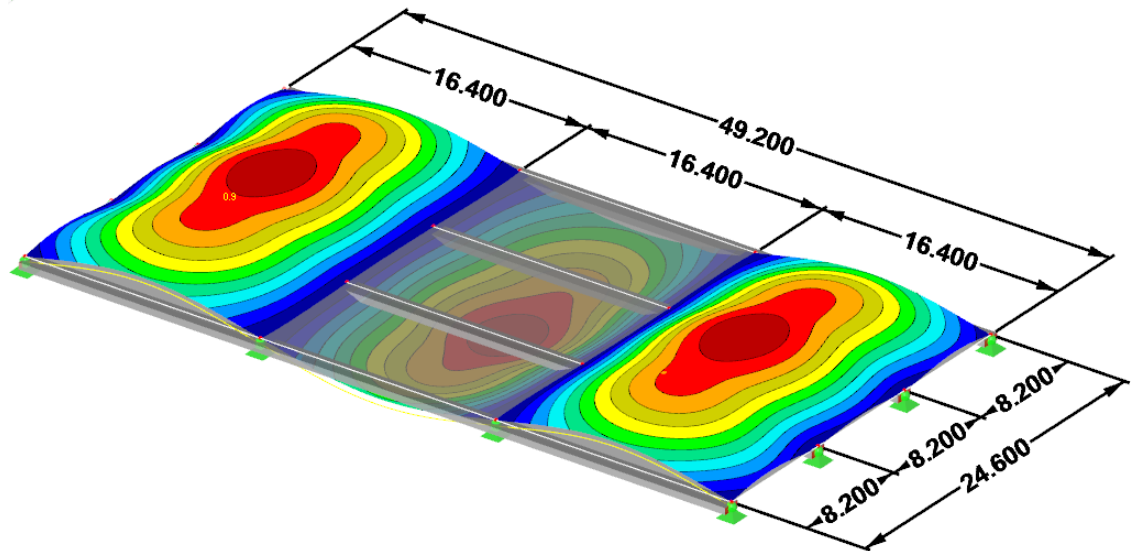
Taulukossa 7 on esitetty eri menetelmillä laatastolle lasketut alimmat ominaistaajuudet.

Taulukko 8. Laataston alimmat ominaistaajuudet eri menetelmillä laskettuna

Laskentamenetelmä	Alin ominaistaajuus [Hz]
AISC/VTT	4,45
Blevins	4,45
The Concrete Centre	4,53
RFEM	4,39

AISC:n ja VTT:n ominaistaajuuden laskentakaavat ovat samat, joten taajuuksi saatiin sama tulos. Blevinsin ohjeilla niveltuetun laatan tapauksessa päädytään myös samaan tulokseen. The Concrete Centren ohjeilla saadaan muita käsinlaskumenetelmiä korkeampi tulos. RFEM antaa alimmaksi ominaistaajuudeksi 4,39 Hz, mikä on

matalampi kuin käsinlaskumenetelmillä saadut taajuudet, mutta kuitenkin hyvin lähellä taajuutta 4,4494, mikä saatiin AISC:n, VTT:n ja Blevinsin menetelmillä. Voidaan siis todeta että kyseiset käsinlaskumenetelmät soveltuvat hyvin tutkimuskohteena olevan yksinkertaisen suorakaiteenmuotoisen laataston alimman ominaistajuuden laskentaan. Rakenteen alin ominaismuoto on näytetty kuvassa 18.



Kuva 18. Rakenteen alin ominaismuoto

## 6.3 Vasteanalyysi

Vasteanalyysi suoritettiin samalle rakenteelle. Rakenteen ominaistajuutena käytettiin edellä saatua arvoa 4,45 Hz. Kiihtyvyydvasteet laskettiin kävely-, juoksu-, sekä aerobicherätteelle. Kävely- ja juoksuherätteen tapauksessa rakenteen ajatellaan toimivan kauppakeskuksen holvina, ja aerobicherätteen tapauksessa liikuntatilana.

### 6.3.1 Kävelyheräte

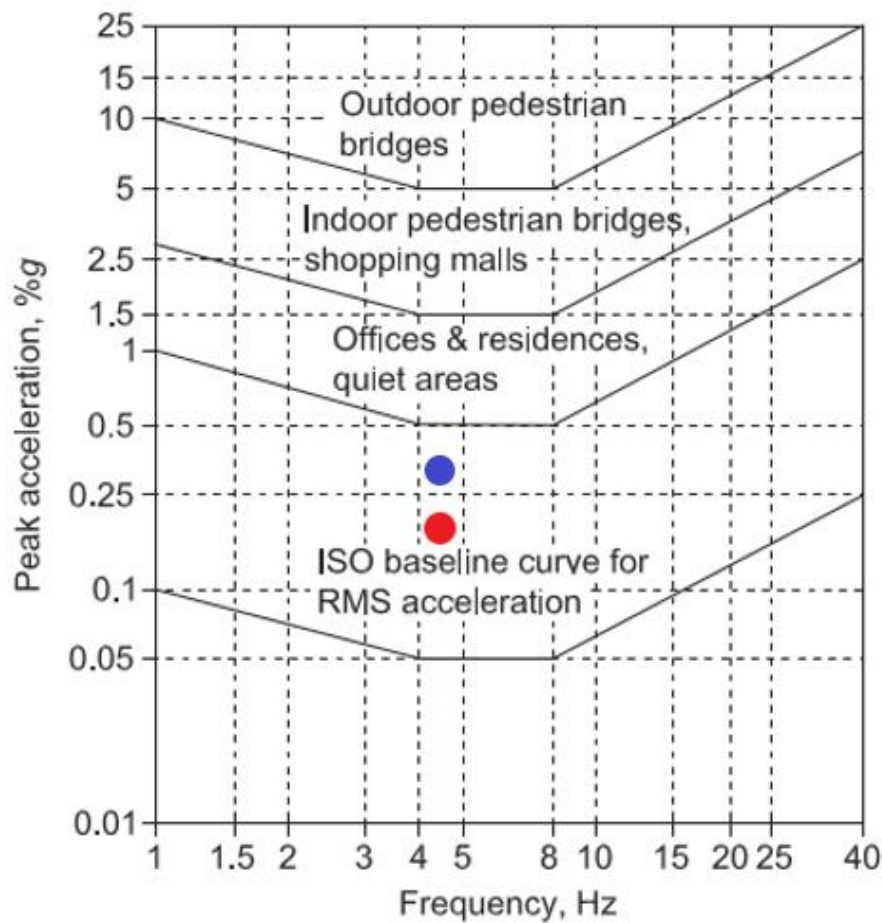
Kävelyherätteen tapauksessa kiihtyvyydvasteen laskenta suoritettiin The Concrete Centren sekä AISC menetelmillä. Kyseiset laskentamenetelmät on kuvailtu kappaleessa 5.4. Kappaleessa 5.4.2 kuvattu VTT:n ohjeistuksen mukainen vastelaskenta oli rajattu vain toimisto- ja asuinrakennuksiin, joten sitä ei voitu tässä tutkimuksessa käyttää. VTT:n kiihtyvyydvasteen laskentamenetelmä perustuu kuitenkin AISC:n menetelmään, ja antaa näin ollen käytännössä samat kiihtyvyydet. Tämän takia AISC:n tulokset edustavat myös

VTT:n laskentamenetelmää. Vaimennuskertoimena käytettiin ohjeissa suositeltua arvoa 0,02.

Taulukko 9. Kävelyherätteen aiheuttamat kiihtyvyydet

Laskentamenetelmä	Kiihtyvyys $\text{m/s}^2$	Kokonaisvastekerroin <b>R</b> (The Concrete Centre)
The Concrete Centre (käsinlaskenta)	0,0224	3,20
The Concrete Centre (Robot)	0,0230	3,21
AISC (käsinlaskenta)	0,0218	
AISC (Robot)	0,0280	

Molemmilla käsinlaskentamenetelmillä sekä Robotin The Concrete Centren menetelmään perustuvalla laskennalla saatiin hyvin samankaltaiset tulokset. Robotin AISC:n menetelmään perustuvalla laskennalla taas saatiin hieman korkeammat tulokset kuin muilla menetelmillä. Alla on esitetty tulosten likimääräinen sijoittuminen kiihtyvyysvasteen raja-arvokäyrälle. Punainen pallo edustaa käsinlaskentamenetelmillä ja Robotin The Concrete Centren laskennalla saatuja tuloksia. Sininen pallo edustaa Robotin AISC:n menetelmällä saatua arvoa. Kuvaajassa pystyakselilla oleva kiihtyvyys kuvataan prosenttiosuutena maan vetovoiman kiihtyvyydestä.



Kuva 19. Tulosten likimääräinen sijainti (kävelyheräte)

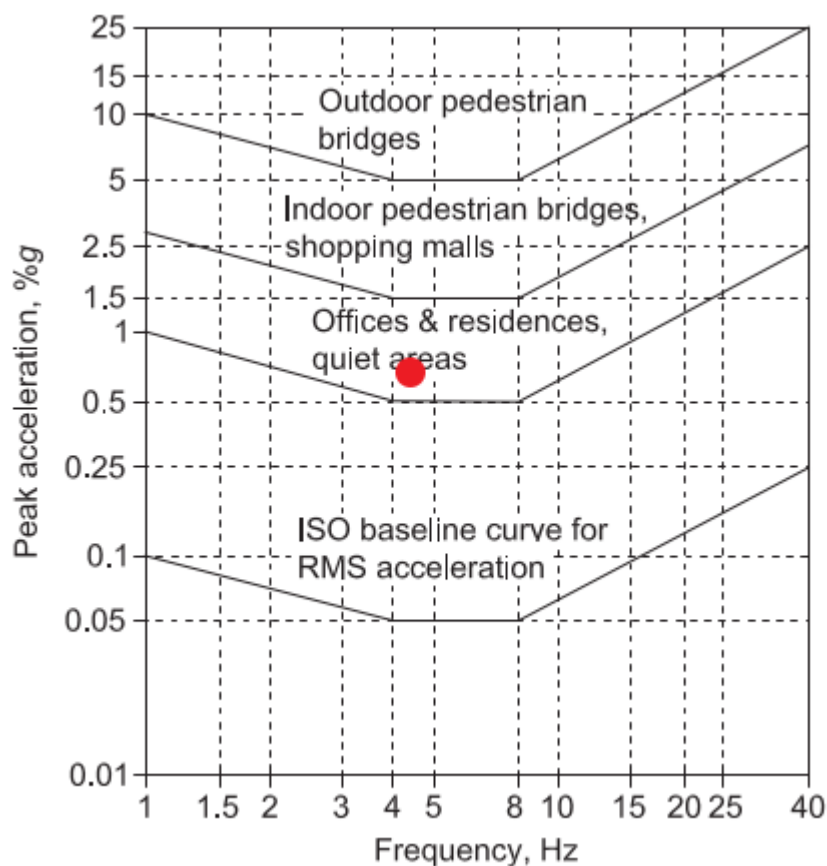
Kuten kuvaajasta nähdään, kiihtyvyysarvot sijoittuvat jopa hiljaisille tiloille, kuten toimistot ja asuintilat, määritettyjen raja-arvojen alle. Näin ollen voidaan todeta, että yhden kävelijän aiheuttama värähtely ei aiheuta värähtelyongelmia kyseiselle rakenteelle.

The Concrete Centren ohjeessa laskettiin lisäksi kokonaisvastekerroin  $R$ , joka kuvaa kävelyherätteen neljän ensimmäisen komponentin aiheuttamien kiihtyvyyksien yhteisvaikutusta. Tulokseksi saatiin  $R=3,2$ . Toimistotilojen  $R$  arvon yläraja on 4, joten rakenne täyttää tämänkin kriteerin mukaisesti jopa hiljaisempien tilojen raja-arvo vaatimuksen.

### 6.3.2 Juoksuheräte

Juoksemisesta aiheutuva kiihtyvyydevaste laskettiin AISC:n ohjeen mukaisesti, ja kyseinen laskentamenetelmä on kuvattu kappaleessa 5.2.2. The Concrete Centren vastelaskenta oli tarkoitettu vain kävelyherätteelle, joten sitä ei voitu tässä laskennassa käyttää. Juoksuherätteelle annettiin AISC:n ohjeessa henkilön painoksi 168lb-250lb, josta käytettiin alinta arvoa, eli noin 76 kg.

Juoksuherätteen kiihtyvyydeksi saatiin  $0,070804 \text{ m/s}^2$  (0,70804 %g), joka on moninkertainen kävelyherätteeseen verrattuna. AISC ohjeessa todetaan juoksuherätteelle voitavan käyttää samaa raja-arvokäyrää kuin kävelyherätteelle. Alla esitettyssä kuvaajassa on näytetty tulosten likimääräinen sijainti.



Kuva 20. Tulosten likimääräinen sijainti (juoksuheräte)

Kiihtyvyyssarvo ylittää nyt hiljaisille tiloille sallitun rajan, mutta pysyttelee kuitenkin vielä reilusti kauppakeskuksille sallitun kiihtyvyyssajan alapuolella.

### 6.3.3 Aerobicheräte

Aerobicherätteen tapauksessa käytettiin kappaleessa 5.2.3 esitettyä rytmiselle liikunnalle tarkoitettua laskentamenetelmää. Tässä tapauksessa käytettiin täysin samaa rakennetta kuin aiemminkin, mutta sen ajateltiin sijaitsevan liikuntatilassa. Aerobicheräte valittiin sen vuoksi, että sen aiheuttamat kiihtyvyydet ovat suuria, johtuen suuren osallistujamäärän tekemistä voimakkaista yhtäaikaista liikkeistä.

Aerobicherätteestä johtuvaksi kiihtyvyydvasteeksi saatiin  $1,777 \text{ m/s}^2$ , joka prosenttiosuutena maan vetovoiman kiihtyvyydestä on 17,77 %g. Kiihtyvyys on lähes satakertainen kävelyn aiheuttamaan kiihtyvyyteen. AISC:n ohjeessa esitetyt raja-arvot rytmisen liikunnan aiheuttamille kiihtyvyyksille on kerrottu kappaleessa 5.2.3 taulukossa 7. Liikuntatiloissa tapahtuvalle värähtelylle on annettu suurin kiihtyvyyssarvo, 4-7 %g, sillä kyseisissä tiloissa ihmiset ovat itsekin liikkeessä, eivätkä näin ollen havaitse värähtelyä kovin herkästi. Tutkimuksessa saatu kiihtyvyys kuitenkin ylittää tuon rajan moninkertaisesti.

Kyseinen rakenne ei sovellu aerobicherätille alttiille liikuntatiloille. Huomionarvoista on kuitenkin, kuten kappaleessa 5.2.3 kerrottiin, että AISC:n mitoitus rytmisen liikunnan osalta on muuttunut teoksen ensimmäisen ja toisen painoksen välillä. Edellä esitetty mitoitus on tehty uudemman, vuonna 2016 ilmestyneen teoksen perusteella. Aiemmassa teoksessa rytmisessä liikunnassa rajoitettiin alinta ominaistaajuutta, ja kyseinen raja-arvo aerobic herätteen tapauksessa interpoloidaan lattian painon mukaan arvojen 8,8-9,2 Hz väliltä. Sallittu minimitaajuus on siis yli kaksinkertainen tämän tutkimuskohteen lattian alimpaan ominaistaajuuteen nähden.

Lisäksi AISC:n vanhemmassa ohjeessa käsketään suunnittelemaan rytmiselle liikkeelle alttiit tilat aina niin, että niiden alin ominaistaajuus on yli 5 Hz. Samainen rajoitus esiintyy myös VTT:n ohjeessa, mikä johtuu siitä, että VTT:n ohje perustuu AISC:n vanhempaan ohjeeseen. Kyseisestä 5 Hz:n taajuusrajoituksesta ei kuitenkaan ole mainintaa enää uudemmassa AISC:n ohjeessa. Tässä tutkimuksessa kuitenkin nähtiin, että 5 Hz taajuusrajoitus on perusteltu. Lattian kiihtyvyys alenee nopeasti ominaistaajuuden kasvaessa.



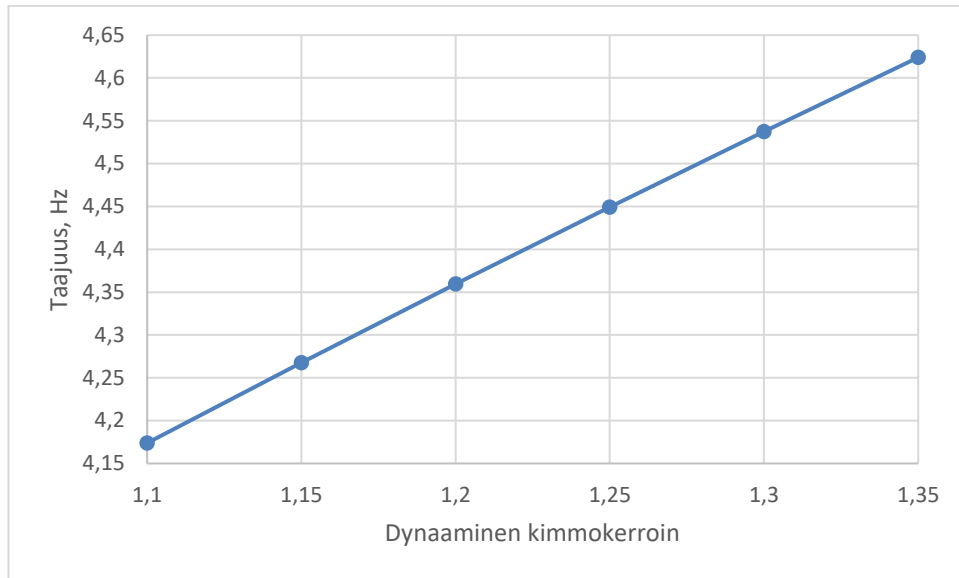
Kiihtyvyys kasvaa niin suureksi, koska harmonisen herätteen toisella komponentilla, joka osuu lattian ominaistaajuudelle, on niin suuri dynaaminen painotuskerroin,  $\alpha = 0,6$ . Mikäli vasta kolmas taajuus osuisi lattian ominaistaajuudelle, putoaisi painotuskerroin arvoon 0,1. Vaikka uudemmassa AISC:n ohjeessa ei enää rajoiteta selkeästi alinta ominaistaajuutta, voidaan tämän tutkimuksen perusteella todeta, ettei näin alhaisen ominaistaajuuden omaava lattia voi koskaan saavuttaa vaadittuja kiihtyvyyden raja-arvoja.

## 6.4 Herkkyysanalyysi

### 6.4.1 Betonin dynaaminen kimmokerroin

Kuten kappaleessa 5.1.1 kerrottiin, ominaistaajuuden laskennassa käytetään betonille dynaamista kimmokerrointa. Dynaamisen kimmokertoimen arvo vaihtelee lähteestä riippuen mikä tuo oman haasteensa ominaistaajuuden laskemiseen. Dynaamista kimmokerrointa ei voida laskea tapauskohtaisesti, joten on käytettävä kirjallisuudesta annettua arvoa. Tässä tutkimuksessa käytettiin koko ajan samaa dynaamista kimmokerrointa, jotta tulokset olisivat mahdollisimman vertailukelpoisia keskenään. Kimmokertoimen arvolla on kuitenkin selkeä merkitys ominaistaajuuteen.

Dynaamisen kimmokertoimen arvoa ei määritellä tapauskohtaisesti, vaan sille esiintyy eri lähteissä eri arvoja. Yleisimmin arvot ovat 1,1-1,35 kertaisia staattiseen kimmokertoimeen nähden.

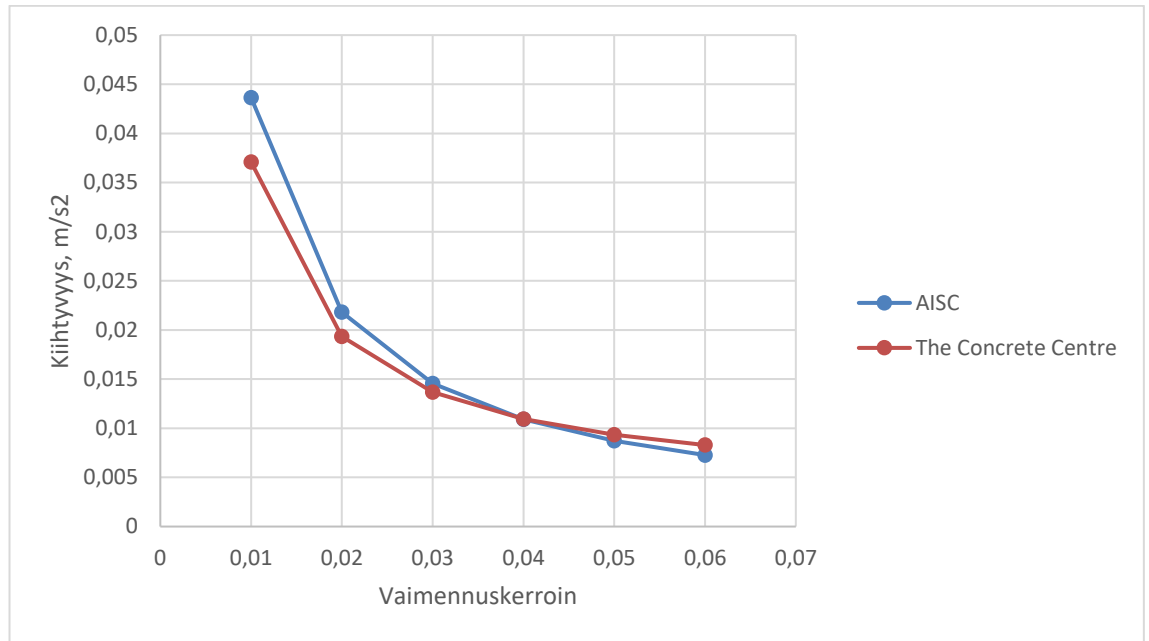


Kuva 21. Dynaamisen kimmokertoimen vaikutus ominaistaajuuteen

Dynaamisen kimmokertoimen arvoa muuttamalla saman rakenteen alin ominaistaajuus vaihtelee välillä 4,17-4,62 Hz. Ei siis ole yhdentekevää mitä arvoa värähtelymitoituksessa käytetään. Mitä pienempää arvoa dynaamiselle kimmokertoimelle käytetään, sitä alhaisempi ominaistaajuus saadaan. Mikäli lattian alin ominaistaajuus on hyvin matala, voi olla perusteltua käyttää värähtelymitoituksessa mahdollisimman alhaista dynaamista kimmokerrointa. Tällä saataisiin värähtelyn kannalta pahin mahdollinen tilanne. Toisaalta taas tämä voi johtaa liian konservatiiviseen mitoitukseen.

#### 6.4.2 Vaimennus

Toinen värähtelyanalyysin epävarmimpia parametrejä on vaimennus. Kappaleessa 2.3 kerrottiin rakenteen vaimennuksesta ja siihen vaikuttavista tekijöistä. Kuten kappaleessa todettiin, vaimennusta ei voida mitata, jolloin värähtelyvasteen laskennassa on luotettava ennalta määriteltäviin vaimennusarvoihin. Suunnittelijan on siis arvioitava kyseisen rakenteen vaimennus sen käyttötarkoituksen ja sille tulevien kuormitusten mukaan. Lisähankaluutta tuottaa vaimennusarvojen vaihtelevuus eri kirjallisuuslähteiden mukaan. Vaimennuksena käytetään välipohjille yleensä arvoja 0,01-0,03 kun kyseessä on kävelyheräte. Aerobicherätteelle taas suositeltiin käytettävän arvoa 0,06, sillä isompi ihmisjoukko lisää vaimennusta. Vaikka vaimennusarvo on hyvin pieni, on sillä itseasiassa todella suuri merkitys kiihtyvyydvasteen laskennassa. Seuraavassa on vertailtu saman rakenteen kävelystä aiheutuvia kiihtyvyyksiä eri vaimennusarvoilla.



Kuva 22. Vaimennuskertoimen vaikutus kiihtyvyyteen

Kuten nähdään, vaimennuskertoimen arvolla on suuri merkitys kiihtyvyyteen. Tämä lisää rakenteen värähtelytarkastelun epävakaisuutta, sillä väärin arvioitu vaimennusarvo voi vääristää tuloksia ratkaisevan paljon. Vaimennuskertoimien 0,01 ja 0,02 välillä ero on suurimmillaan, sillä vaimennuksen kasvaessa kiihtyvyyden arvo putoaa puoleen.

## 7 JOHTOPÄÄTÖKSET

Tässä työssä suoritettun vasteanalyysin perusteella kävely ja juoksu eivät aiheuttaneet laatastolle liian suuria kiihtyvyyksiä, vaikka laataston alin ominaistaajuus oli melko matala (4,44 Hz). Tästä voidaan päätellä, että mikäli lattian alin ominaistaajuus pysyy joissakin ohjeissa annetun 3 Hz rajan yläpuolella, aiheuttavat kävely ja juoksu harvoin värähtelyongelmia.

Liikuntatiloissa ihmisjoukon aiheuttama rytmisen liikunta taas aiheuttaa herkästi suuria kiihtyvyyksiä lattialle. Kyseisissä tiloissa kiihtyvyyksien raja-arvot ovat korkeammat, sillä ihmisten ollessa itsekin liikkeessä, havaitsevat he lattian värähtelyn heikommin. Tässä työssä esimerkkikohteena olleen laataston alin ominaistaajuus oli kuitenkin aivan liian alhainen liikuntatilalle, ja tämän vuoksi lattian kiihtyvyys kohosi moninkertaisesti yli sallittujen rajojen. AISC:n vanhemmassa ohjeessa sanotaan, että ihmisryhmän rytmiselle liikkeelle alttiit lattiat tulisi suunnitella niin että alin ominaistaajuus on yli 5 Hz. Tämän työn tutkimus tukee kyseistä ohjetta, ja etenkin aerobicherätteen tapauksessa alimman ominaistaajuuden suuruus on kiihtyvyyksien rajoittamiseksi erityisen tärkeä. Lisäksi liikuntatilojen tapauksessa tulee ottaa huomioon mahdolliset viereiset tilat, jotka voivat myös altistua liikuntatiloissa syntyvälle värähtelylle. Viereisissä tiloissa värähtelyn raja-arvot voivat olla huomattavasti pienemmät. Esimerkiksi kouluissa liikuntasalin vieressä voi sijaita luokkahuone.

Tässä työssä käytetyistä ominaistaajuuden laskennan likiarvomenetelmistä mielenkiintoisin oli Blevinsin kaavakirjaan kokoamat taulukot. Kyseinen laskentamenetelmä mahdollistaa ominaistaajuuksien laskennan erilaisille tuentatapauksille, sekä ylempien ominaistaajuuksien määrittämisen alimman ominaistaajuuden lisäksi.

Mitä monimutkaisempi analysoitavan kohteen geometria on, sitä suurempi hyöty FEM-ohjelmistolla suoritettavasta värähtelyanalyysistä on. Hyvin yksinkertaisille ja tavanomaisille rakenteille saadaan melko samanlaiset tulokset käsinlaskennalla ja FEM-laskennalla, kuten tämänkin työn tuloksista huomattiin. Mikäli laskentaan halutaan ottaa mukaan esimerkiksi seinien, portaikkojen ja tai pilareiden vaikutuksia rakenteen värähtelyyn, on tämä käsinlaskennalla hyvin haastavaa, ja tuloksien tarkkuus kärsii.

FEM-ohjelmaan kyseiset rakenteet voidaan helposti mallintaa mukaan. Lisäksi FEM:llä saadaan paikannettua monimutkaisempien rakenteiden värähtelyn kannalta kriittisimpiä paikkoja. Tästä on hyötyä esimerkiksi silloin kun suunnitellaan värähtelylle herkkien laitteiden sijoittumista rakennuksissa, esimerkiksi sairaaloissa tai laboratorioissa.

Kävelyherätteestä syntyviä kiihtyvyyksiä käsinlaskettaessa käytettiin sekä AISC:n että The Concrete Centren ohjeissa esitettyjä mitoitusohjeita. Näistä ohjeista selvästi yksityiskohtaisempi oli jälkimmäinen. Siinä otettiin kuitenkin huomioon kaikki neljä alinta herätteen harmonista komponenttia, sekä lattian kaikki alle 15 Hz:n ominaistajuudet. Näin ollen se huomioi kaikki kävelystä johtuvat laatastion värähtelyyn vaikuttavat tekijät. AISC:n ohjeessa taas ollaan kiinnostuttu vain lattian alimmasta ominaistajuudesta, ja siitä herätteen taajuuden moninkerrasta, joka osuu lattian alimmalle ominaistajuudelle. The Concrete Centren antaa lattialle hieman pienemmän kiihtyvyyssarvon, mutta ohjeiden tulokset ovat kuitenkin varsin yhteneväisiä.

Värähtelymitoituksen suorittamista hankaloittaa muutamat mitoituksessa käytetyt parametrit, kuten vaimennus ja dynaaminen kimmokerroin, joiden suuruutta on hankala arvioida mutta joilla on suuri merkitys lopputuloksiin. Lisäksi värähtelymitoitusta tehdessä tulosten oikeellisuutta on vaikea arvioida, sillä lattian värähtelykäyttäytyminen on aina niin monen tekijän summa.

## 8 YHTEENVETO

Tässä työssä selvitettiin jälkijännitettyjen laatastojen värähtelyominaisuuksia ja niihin vaikuttavia tekijöitä. Kuten työssä todettiin, itse jälkijännittäminen ei vaikuta rakenteen värähtelyominaisuuksiin. Sillä kuitenkin saavutetaan pitkiä jännevälejä ja hoikempia rakenteita, ja tällä on suuri merkitys rakenteen värähtelykäyttäytymiseen. Työssä vertailtiin jännevälin ja hoikkuuden muutoksien vaikutusta rakenteen alimpaan ominaistajuuteen. Todettiin että hoikkuutta ja jänneväliä kasvattamalla alin ominaistajuus pieneni lineaarisesti, mikä oli odotettavissakin.

Rakenteen värähtelykäyttäytymisen tutkiminen lähtee aina sen ominaistajuuksien, etenkin alimman ominaistajuuden, selvittämisellä. Tämän työn kohteena olevat lattiat ovat lähes poikkeuksetta matalataajuuksisia. Matalataajuuksisia lattioita tutkittaessa ollaan ominaistajuuden lisäksi kiinnostuneita herätteiden sille aiheuttamista kiihtyvyyksistä. Tyypillisesti lattioille värähtelyä aiheuttavat herätteet ovat kävelystä, juoksusta tai rytmisestä liikunnasta aiheutuvia.

Työssä vertailtiin AISC:n, VTT:n, Blevinsin sekä The Concrete Centren käsinlaskentamenetelmiä sekä FEM-ohjelmistoa ominaistajuuksien laskentaan. Tutkimuskohteen yksinkertaisesta rakenteesta käsinlaskumenetelmät antoivat varsin yhteneväisiä tuloksia verrattuna FEM-laskennan tuloksiin. Rakenteen monimutkaistuessaa käsinlaskumenetelmien epätarkkuus kuitenkin kasvaa, sillä ohjeiden pääasiallinen käyttökohde on suorakulmaiset yksiaukkoiset laatastot. Tässä työssä todettiin Blevinsin ohje monipuolisimmaksi, ohje mahdollistaa laataston erilaiset tuennat, geometriat ja jopa aukkojen vaikutukset.

Ominaistajuuden laskenta FEM-ohjelmalla on hyvin yksinkertaista ja nopeaa. Lisäksi laskentaohjelmistolla saadut tulokset ovat yleisesti ottaen tarkempia kuin likiarvomenetelmillä lasketut. Etenkin monimutkaisten rakenteiden tapauksessa FEM-laskenta on lähes välttämätön, sillä käsinlaskentamenetelmät taipuvat heikosti muihin kuin yksinkertaisiin suorakaiteen muotoisiin laattoihin. Lisäksi FEM-tuloksista nähdään rakenteen värähtelymuodot jokaiselle ominaistajuudelle. FEM-ohjelmalla laskettaessa on kuitenkin oltava tietoinen reunaehdojen, kuten tukien, vaikutuksesta

ominaistaajuuteen. Erityisesti suuria malleja yksinkertaistettaessa on noudatettava erityistä tarkkuutta.

Kuten tässä työssä todettiin, käyttörajatilan mukainen värähtelymitoitus on suunnittelunormeissa ja -ohjeissa, kuten Eurokoodissa, puutteellisesti esitetty. Suurin osa ohjeista on tarkoitettu vain kävelyherätteestä johtuvalle värähtelylle, vaikka esimerkiksi rytmisen liikunta aiheuttaa paljon todennäköisemmin värähtelyongelmia. Eri ohjeissa on ohjeen käyttötarkoitus saatettu rajata vain tietyn tyyppisille rakennuksille, kuten esimerkiksi VTT:n ohje, joka on tarkoitettu vain asunto- ja toimistorakennuksille. Lisäksi eri ohjeiden väliset vaihtelut värähtelykriteereissä ja raja-arvoissa tuo myös oman haasteensa värähtelymitoitukseen.

Liikuntatilojen suunnitteluun ei ole olemassa suomalaista ohjeistusta. VTT:n ohje sivuaa aihetta lyhyesti vain rajoittamalla liikuntatilojen alinta ominaistaajuutta. VTT:n ohje on kuitenkin lähes 20 vuotta vanha, ja perustuu, kuten aiemmin työssä todettiin, AISC:n vanhempaan suunnitteluohjeeseen. Uutta AISC:n ohjetta on päivitetty etenkin rytmisten herätteiden osalta. Liikuntatilojen värähtelyherkkyyden johdosta niiden värähtelymitoitukseen tulisi olla selkeät ja yhdenmukaiset suunnitteluohjeet.

Jatkotutkimuksena tälle diplomityölle voisi olla eri mitoitusmenetelmillä saatujen kiihtyvyyksien vertaaminen todellisesta rakenteesta mitattuihin kiihtyvyyksiin. Näin saataisiin vertailuarvoja eri ohjeiden antamille tuloksille, ja voitaisiin verrata, millä ohjeella päästään lähimmäksi rakenteen todellista värähtelykäyttäytymistä. Lisäksi vaimennuksen tutkiminen todellisista rakenteista olisi hyödyllinen tutkimisaihe, sillä vaimennus on yksi värähtelyvasteen laskemisen epävarmimpia parametreja ja sillä on suuri vaikutus lopputuloksiin.

## LÄHDELUETTELO

Aalami, B., 2014. Post-Tensioned Buildings: Design and Construction. San Francisco: Adapt Corporation. 270 s. ISBN 978-0-615-92941-5

Aalami, B., 2008. Vibration Design of Concrete Floors for Serviceability. ADAPT Corporation. 20 s.

Aho, T., Vuorinen, P., Vuori, M., Pahkala, M., Vuorinen, H., 2005. Paikallavalettu jälkijännitetty pysäköintilaitos. Helsinki: Suomen Betonitieto Oy. 21 s. ISBN 952-5075-68-0

Blevins, R. D., 2015. Formulas for Dynamics, Acoustics and Vibration. John Wiley & Sons, Ltd. 644 s.

Chopra, A., 2012. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering. 4th ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall. 944 s. ISBN 978-0-13-285803-8

Clough, R., Penzien, J., 1995. Dynamics Of Structures. Third Edition. Berkeley: Computers & Structures, Inc. 730 s.

Corus Construction & Industrial, 2004. Steel-framed car parks. North Lincolnshire: Corus Construction & Industrial. 35 s.

Leskelä, M., 2008. Betonirakenteiden suunnittelu ja mitoitus 2008. By210. Helsinki: Suomen Betoniyhdistys ry. 711 s. ISBN 978-952-5075-96-0

Murray, T., Allen, D., Ungar, E., Davis, D., 2016. Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity. American Institute of Steel Construction AISC. 130 s.

Murray, T., Allen, D., Ungar, E., 1997. Floor Vibrations Due to Human Activity. American Institute of Steel Construction AISC. 71 s.



Pavic, A., Reynolds, P., 2002a. Vibration Serviceability of Long-Span Concrete Building Floors: Part 1 – Review of Background Information. Sheffield: University of Sheffield. 82 s.

Pavic, A., Reynolds, P., 2002b. Vibration Serviceability of Long-Span Concrete Building Floors: Part 2 – Review of Mathematical Modelling Approaches. Sheffield: University of Sheffield. 74 s.

Pennala, E., 1999. Koneiden ja rakenteiden värähtelyt. Helsinki: Yliopistopaino, 314 s. ISBN 951-672-288-1

RIL K147-1992 Pysäköintilaitosten suunnittelu ja rakentaminen. Helsinki: Suomen rakennusinsinöörien liitto RIL. 159 s. ISBN 951-758-274-9

Salmi, T., Virtanen, S., 2006. Dynamiikka. Tampere: Pressus Oy, 480 s. ISBN 952-9835-63-9

Smith, A., Hicks, S., Devine, P., 2009. Design of Floors for Vibration: A New Approach. Ascot: The Steel Construction Institute. 129 s. ISBN 978-1-85942-176-5

Szydlowski, R., Labuzek, B., Rodacka, M., 2019. Concrete floors in buildings post-tensioned with unbonded tendons. History, design recommendations, realizations, possibilities of improvement.

Talja, A., Toratti, T., Järvinen, E., 2002. Lattioiden värähtelyt: Suunnittelu ja kokeellinen arviointi. VTT. 49 s.

Talja, A., 1996. Teräsrunkoisten välipohjien värähtelyjen hallinta. VTT. 64 s.

The Concrete Society, 2005. Post-tensioned concrete floors: design handbook. The Concrete Society. 113 s.

Willford, M. R., Young, P., 2006. A Design Guide for Footfall Induced Vibration of Structures. The Concrete Centre. 82